

Teil C

Mathematik

Jahrgangsstufen 1 – 10



IMPRESSUM

Erarbeitung

Der Fachteil C Mathematik des Rahmenlehrplans für die Jahrgangsstufen 1 bis 10 wurde vom Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM) erarbeitet. Er basiert auf den Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i. d. F. vom 23.06.2022) sowie den Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA) (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 und vom 04.12.2003, i. d. F. vom 23.06.2022).

Herausgeber

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie Berlin; Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg

Berlin, Potsdam 2023

Gültigkeit des Fachteils C Mathematik

Land Brandenburg

Gültig ab 1. August 2023 mit Unterrichtswirksamkeit beginnend ab den Jahrgangsstufen 1/2 und 7/8.
Ab dem Schuljahr 2024/2025 gültig für die Jahrgangsstufen 1 bis 10.

Land Berlin

Gültig ab 1. August 2024 mit Unterrichtswirksamkeit beginnend ab den Jahrgangsstufen 1 bis 3 und 7/8.
Ab dem Schuljahr 2025/2026 gültig für die Jahrgangsstufen 1–10.

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie Berlin/Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg 2023



<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.de>

Inhaltsverzeichnis

1	Kompetenzentwicklung im Fach Mathematik	5
1.1	Ziele des Unterrichts	5
1.2	Fachbezogene Kompetenzbereiche	7
2	Kompetenzen und Standards	13
2.1	Prozessbezogene mathematische Standards	21
	[K1] Mathematisch argumentieren	19
	[K2] Probleme mathematisch lösen	19
	[K3] Mathematisch modellieren	20
	[K4] Mathematische Darstellungen verwenden	21
	[K5] Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen umgehen	21
	[K6] Mathematisch kommunizieren	22
	[K7] Mit Medien mathematisch arbeiten	22
2.2	Inhaltsbezogene mathematische Standards	26
	[L1] Zahlen und Operationen	24
	[L2] Größen und Messen	26
	[L3] Raum und Form	28
	[L4] Gleichungen und Funktionen	30
	[L5] Daten und Zufall	32
3	Themen und Inhalte	36
3.1	Themenbereich „Zahlen und Operationen“	38
3.2	Themenbereich „Größen und Messen“	44
3.3	Themenbereich „Raum und Form“	50
3.4	Themenbereich „Gleichungen und Funktionen“	56
3.5	Themenbereich „Daten und Zufall“	62
3.6	Wahlpflichtfach	66

1 Kompetenzentwicklung im Fach Mathematik

1.1 Ziele des Unterrichts

Mathematik erfordert lebendiges und forschendes Entdecken und Handeln sowie eine altersgerechte Auseinandersetzung mit Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Sichtweisen. Der Mathematikunterricht befähigt die Schülerinnen und Schüler, ausgehend von ihren mathematischen Vorerfahrungen Zusammenhänge zu erkunden, Strukturen zu untersuchen, Beziehungen zwischen Begriffen aufzudecken, Vorgehensweisen und Darstellungsformen zu finden und begründet auszuwählen. Damit werden die Grundlagen für strukturiertes Denken und für die lebenslange Auseinandersetzung mit mathematischen Anforderungen des täglichen Lebens und der Berufswelt gelegt sowie Anknüpfungspunkte für weiteres, nachhaltiges Lernen im Fach Mathematik geschaffen.

Ziel des Unterrichts ist die Entwicklung von Fähigkeiten und Fertigkeiten, die sich in drei Schwerpunkte gliedern lassen:

- Die Schülerinnen und Schüler nehmen natürliche, technische, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mithilfe der Mathematik wahr, erforschen sie, setzen sich mit ihnen auseinander und beurteilen sie unter Nutzung mathematischer Aspekte.
- Die Schülerinnen und Schüler erkennen Mathematik mit ihrer fachspezifischen Sprache, ihren Symbolen, Bildern, Darstellungen und Formeln als ein eigenes, geordnetes Konzept und nutzen sie, um mathematische Aufgaben zu beschreiben und zu bearbeiten.
- Die Schülerinnen und Schüler befassen sich mit spezifisch mathematischen und alltäglichen Problemen, setzen sich mit ihnen kreativ und zunehmend selbstbestimmt auseinander und entwickeln dadurch auch über die Mathematik hinausgehende, nützliche heuristische Fähigkeiten.

Diese drei Schwerpunkte müssen in der gesamten Schulzeit im Mathematikunterricht berücksichtigt werden.

Im Mathematikunterricht der **Grundschule** erwerben die Schülerinnen und Schüler die grundlegenden Kompetenzen der mathematischen Allgemeinbildung. Damit werden die Voraussetzungen für weiteres Lernen in den Bildungsgängen der **Sekundarstufen** und für die lebenslange, erfolgreiche Auseinandersetzung mit mathemathikhaltigen Anforderungen geschaffen.

Für die Einbettung der Mathematik in die Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler sind Alltagsbezüge und andere Verknüpfungen mit der realen Welt (**Kontexte**) in allen Phasen des Unterrichts bedeutsam. Bei der Auswahl von Kontexten sind auch die vielfältigen Interessen von Kindern und Jugendlichen zu berücksichtigen. Die Auseinandersetzung mit den Kontexten bietet verstärkt die Möglichkeit, Sprach-, Medien- und Verbraucherbildung zu fördern **und zur Teilhabe am gesellschaftlichen Leben zu befähigen**. Die Vermittlung von Strategien zum Lesen von kontextbezogenen Aufgaben und Fachtexten ist ein Schwerpunkt eines sprachsensiblen und differenzierten Mathematikunterrichts.

Der Aufbau der mathematischen Kompetenzen erfolgt spiralförmig und greift immer wieder auf vorhandene **Vorstellungen** zurück. Das Ziel ist ein verständnisorientierter Erwerb von mathematischen Begriffen und Verfahrensweisen. Tragfähige Vorstellungen sind die Basis für erfolgreiches mathematisches Lernen. Sie sind keine Sammlung von einzelnen Begriffen, Werkzeugen und Ideen, sondern führen zur Ausbildung eines Netzes, das sich durch Erweiterung von bewährten und durch Zugewinn von neuen Vorstellungen zu einem immer leistungsfähigeren System subjektiver Erfahrungsbereiche, Handlungsvorstellungen und Erklärungsmodelle entwickelt. **Dazu gehört auch ein konstruktiver Umgang mit Fehlern und Präkonzepten. Die Entwicklung eines mathematischen Vorstellungsnetzes wird durch den sinnvollen und dem Primat des Pädagogischen folgenden Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge und weiterer digitaler Medien unterstützt.**

Fehlende oder unvollständige Vorstellungen zu Zahlen, Operationen und Strategien können beispielsweise eine Ursache für Rechenschwierigkeiten und Verständnislücken sein, denen man frühzeitig präventiv entgegenwirken sollte. Kinder mit Schwierigkeiten im Rechnen können zwar oft mithilfe von konkreten Materialien eine Handlung durchführen, diese jedoch nicht beschreiben. Hierzu ist eine besondere Unterstützung durch die Lehrkraft erforderlich, z. B. durch die fortlaufende Anregung der Lernenden zum Sprechen über mathematische Strukturen und Handlungen. Dadurch wird eine Grundlage für das mathematische Operieren in der Vorstellung gelegt.

Zur **Diagnose** von Lernvoraussetzungen sind individuelle Lernstandserhebungen und der Einsatz diagnostischer Aufgaben notwendig. Die Analyse der Ergebnisse bietet die Grundlage für eine differenzierte Unterrichtsplanung und für entsprechende Lernangebote. Dazu sind passende **Aufgaben** erforderlich. Unterschiedliche Kenntnisse und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler erfordern Aufgabenformate, die hinsichtlich ihrer Anforderungen und Bearbeitungsmöglichkeiten variiert werden können. Differenzierte Aufgabenstellungen ermöglichen individuelle Lösungen auf unterschiedlichen Niveaus. Zusätzlich ist eine Unterscheidung zwischen Aufgaben zum Initiieren von Lernprozessen (Lernaufgaben) und Aufgaben zum Überprüfen des Leistungsstandes (Leistungsaufgaben) erforderlich.

Die Art und Weise, wie den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit gegeben wird, sich mit mathematischen Fragen auseinanderzusetzen, ist entscheidend dafür, dass eine positive Grundhaltung zum Fach aufgebaut werden kann. Die Schülerinnen und Schüler werden durchgängig ermutigt, in die Mathematik forschend vorzudringen und lebendig und phantasievoll mit mathemathikhaltigen Problemen umzugehen. **Forschend-entdeckendes Lernen** ermöglicht es dabei in besonderem Maße, Fragen zu entwickeln und zu stellen, verschiedene Lern- und Lösungsstrategien zu entwickeln und anzuwenden sowie selbsttätig neue Inhalte und Zusammenhänge zu erschließen. In vielfältiger Weise werden dabei Kompetenzen erworben bzw. weiterentwickelt und mit dem Vorwissen in Beziehung gesetzt. Diese Herangehensweise an mathematische Fragestellungen wird genutzt, um den Lernenden Gelegenheit zu geben, Handlungskompetenz und ein immer tieferes Verständnis für mathematische Zusammenhänge zu erwerben.

Dem **Üben und Vertiefen** kommt im Fach Mathematik eine wichtige Rolle zu, um sicheres und vernetztes Wissen zu erhalten. Produktives Üben dient der Vertiefung von Einsichten, der Geläufigkeit und geistigen Beweglichkeit. Automatisierendes Üben festigt das Grundwissen und basiert auf einem sicheren Verständnis der zu übenden Begriffe und Verfahren. Dabei bezieht sich das Üben nicht nur auf die letzte Phase des Aneignungsprozesses, sondern alle Phasen des Unterrichts sollten Anteile von Übung und Wiederholung enthalten. Das Üben von Fertigkeiten, das Reflektieren von Begriffen, das Untersuchen von Strukturen, das Lösen von Problemen – all dies kann in Übungsaufgaben angesprochen werden. Bei der Gestaltung von Übungen ist eine angemessene Individualisierung erforderlich, die die unterschiedlichen Fähigkeiten der Lernenden berücksichtigt. Schülerinnen und Schüler werden dabei zunehmend befähigt, eigenverantwortlich zu üben.













Die zentralen fachlichen Zielsetzungen des Mathematikunterrichts beinhalten auch die Kompetenzen, die für eine aktive, selbstbestimmte Teilhabe der Schülerinnen und Schüler in der **digitalen Welt** erforderlich sind. Im Mathematikunterricht wird die Orientierung in einer zunehmend digital bestimmten Welt unterstützt, indem fachliche Kompetenzen auch digital gefördert werden, z. B. durch das Entdecken mathematischer Zusammenhänge, die Reduktion schematischer Abläufe und die Verarbeitung größerer Datenmengen. Für die kritische Reflexion und die Einordnung von Informationen aus verschiedenen digitalen Darstellungen sind bestimmte mathematische Kompetenzen notwendig, die im Unterricht thematisiert werden.

1.2 Fachbezogene Kompetenzbereiche

Die Qualität mathematischer Bildung zeigt sich in prozessbezogenen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen, die stets miteinander verknüpft sind. Sie lässt sich daran messen, inwieweit die Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, ihr Wissen funktional und flexibel einzusetzen, um innermathematische und kontextbezogene Probleme zu bearbeiten und begründete mathematische Urteile abzugeben.

Die drei Dimensionen des Kompetenzmodells für das Fach Mathematik sind

- die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen
- die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen, die in Leitideen geordnet sind
- die Anforderungsbereiche, die eine Orientierung für den kognitiven Anspruch mathematischen Handelns geben.

Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche		Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzbereiche (Leitideen)	
	[K1] Mathematisch argumentieren		[L1] Zahlen und Operationen
	[K2] Probleme mathematisch lösen		[L2] Größen und Messen
	[K3] Mathematisch modellieren		[L3] Raum und Form
	[K4] Mathematische Darstellungen verwenden		[L4] Gleichungen und Funktionen
	[K5] Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik mathematischen Objekten und Werkzeugen umgehen		[L5] Daten und Zufall
	[K6] Mathematisch kommunizieren		
	[K7] Mit Medien mathematisch arbeiten		

Anforderungsbereiche

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

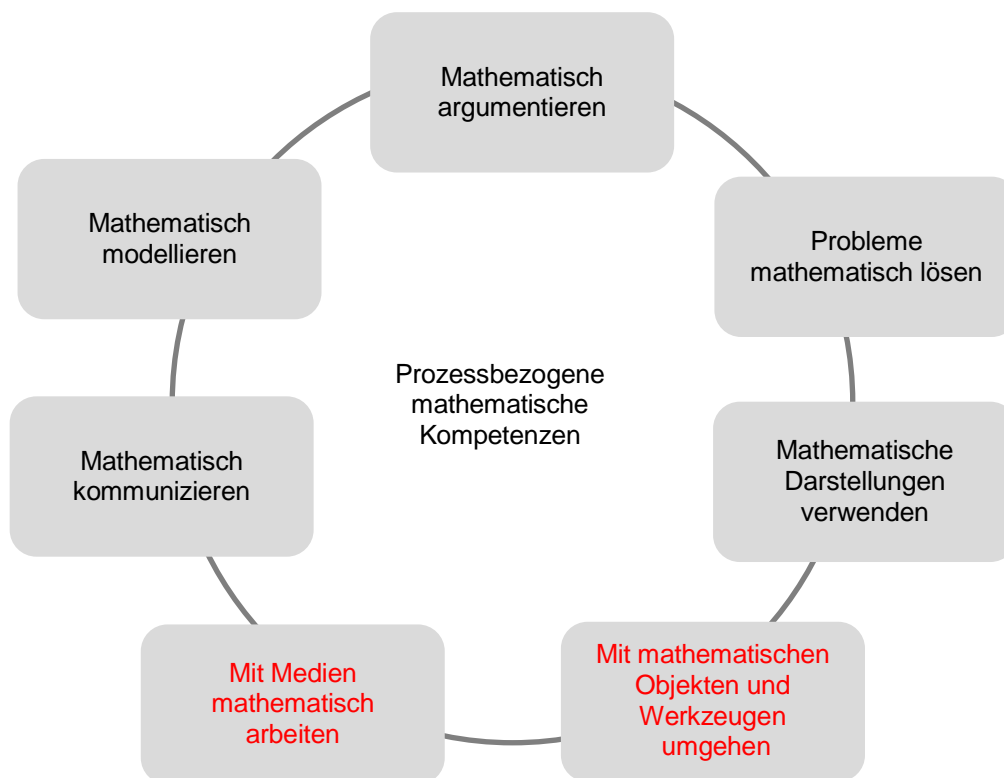
Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Prozessbezogene mathematische Kompetenzen

Die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen werden nicht isoliert, sondern stets im Verbund mit den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen erworben. Dafür muss der Mathematikunterricht so gestaltet werden, dass die Schülerinnen und Schüler diese Kompetenzen schrittweise und individuell gemäß ihren Lernvoraussetzungen und Vorerfahrungen, ihrem Lerntyp und Lerntempo entwickeln können. Die sechs prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen erfassen die zentralen Aspekte mathematischen Arbeitens. Sie stehen dabei in unterschiedlichem Maße mit den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen in Verbindung. Während in bestimmten Themengebieten bereits frühzeitig ein erweitertes Niveau einer prozessbezogenen mathematischen Kompetenz erreicht werden kann, kann das in anderen Themengebieten ggf. auch noch nicht der Fall sein.

Im Folgenden werden die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzbereiche des Kompetenzmodells im Mathematikunterricht beschrieben. Die Beschreibung führt die Aussagen der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (KMK, 2004 2022) und der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den ~~Hauptschul-~~Ersten und Mittleren Schulabschluss (KMK, 2003 und 2004 2022) zusammen. Diese Beschreibungen sind Grundlage für die Formulierung der Standards im anschließenden Kapitel.



[K1] Mathematisch argumentieren

Mathematisches Argumentieren beginnt mit dem Erkunden von Situationen.

Die Schülerinnen und Schüler stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind: Gibt es ...? Wie verändert sich...? Ist das immer so ...? Warum ist das so...?

Davon ausgehend stellen sie Vermutungen auf und begründen diese nachvollziehbar durch mathematische Argumentationen wie Erläuterungen, Begründungen und Beweise. Auch das Beschreiben und Begründen von Lösungswegen ist ein Teil des mathematischen Argumentierens.

[K2] Probleme mathematisch lösen

Mathematisches Problemlösen findet statt, wenn ein unbekannter Lösungsweg entwickelt oder aus verschiedenen Lösungswegen ausgewählt werden muss. Die Schülerinnen und Schüler erschließen dabei Zusammenhänge und stellen Vermutungen auf. Anschließend lösen sie das Problem unter Verwendung heuristischer Strategien und Hilfsmittel, prüfen ihr Ergebnis und reflektieren ihren Lösungsweg bzw. ihr Vorgehen.

[K3] Mathematisch modellieren

Beim mathematischen Modellieren werden in der Regel reale Situationen in mathematische Modelle übersetzt, dort gelöst und zurück in die reale Situation übertragen. Es können auch mathematische Situationen durch reale Handlungen oder Bilder beschrieben werden, die dann als Modell verwendet werden können. Mathematisches Modellieren lässt sich damit als eine Verknüpfung der Schritte Vereinfachen, Mathematisieren, Bearbeiten, Interpretieren und Validieren beschreiben.

[K4] Mathematische Darstellungen verwenden

Die Mathematik bietet verschiedene, sich gegenseitig ergänzende Darstellungsformen:

- enaktive Darstellungen (z. B. mit Mehrsystemblöcken, Würfeln)
- verbale Beschreibungen (geschriebener oder gesprochener Text)
- numerische Darstellungen (z. B. in Tabellenform)
- grafische Darstellungen (z. B. Skizzen, Figuren, Funktionsgraphen)
- mathematisch-symbolische Darstellungen (z. B. Terme)

Mathematisches Arbeiten zeichnet sich durch Auswählen, Anfertigen und Interpretieren solcher Darstellungen aus. Durch den flexiblen, problemangemessenen Wechsel zwischen ihnen werden mathematische Vorstellungen aktiviert und gefestigt.

Durch die Förderung dieser Kompetenz wird auch ein Beitrag zur Medienbildung geleistet.

[K5] ~~Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik mathematischen Objekten und Werkzeugen umgehen~~

Das zielgerichtete mathematische Arbeiten erfordert den Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen. Die Schülerinnen und Schüler wählen daher angemessene Verfahren und Werkzeuge (z. B. gedächtnismäßig beherrschte Aufgaben, Formeln) sinnvoll aus und reflektieren ihre Wahl. **Besonders im Primarbereich gehört hierzu auch das Verknüpfen von alltagsgebundenen Sprechweisen mit symbolischen und formalen Ausdrucksweisen und ihre fachlich angemessene Nutzung.**

Bei der Nutzung mathematischer Hilfsmittel (z. B. Taschenrechner, Tabellenkalkulation, Geometriesoftware) spielt auch die Medienbildung eine wichtige Rolle.

[K6] Mathematisch kommunizieren

Die Kommunikation über mathematische Zusammenhänge bzw. mit mathematischen Mitteln umfasst u. a. das verstehende Zuhören sowie das verständige Lesen mathemathhaltiger Texte. Die Sprache ist das zentrale Verständigungsmittel, um beim Arbeiten an mathematischen Problemen die Gedanken zu strukturieren und darzulegen. Dieses erfolgt in mündlicher und in schriftlicher Form, **auch mithilfe geeigneter Medien.** Mathematisches Kommunizieren bietet wichtige Ansatzpunkte, den Unterricht sprachsensibel zu gestalten. Die dazu notwendigen sprachlichen Fähigkeiten sollen im Mathematikunterricht ausgehend von der Alltagssprache gezielt angebahnt und auch vertieft werden. Dafür müssen im Unterricht Aufgabenstellungen genutzt werden, die eine gemeinsame Bearbeitung durch alle Schülerinnen und Schüler ermöglichen und damit Sprechansätze bieten.

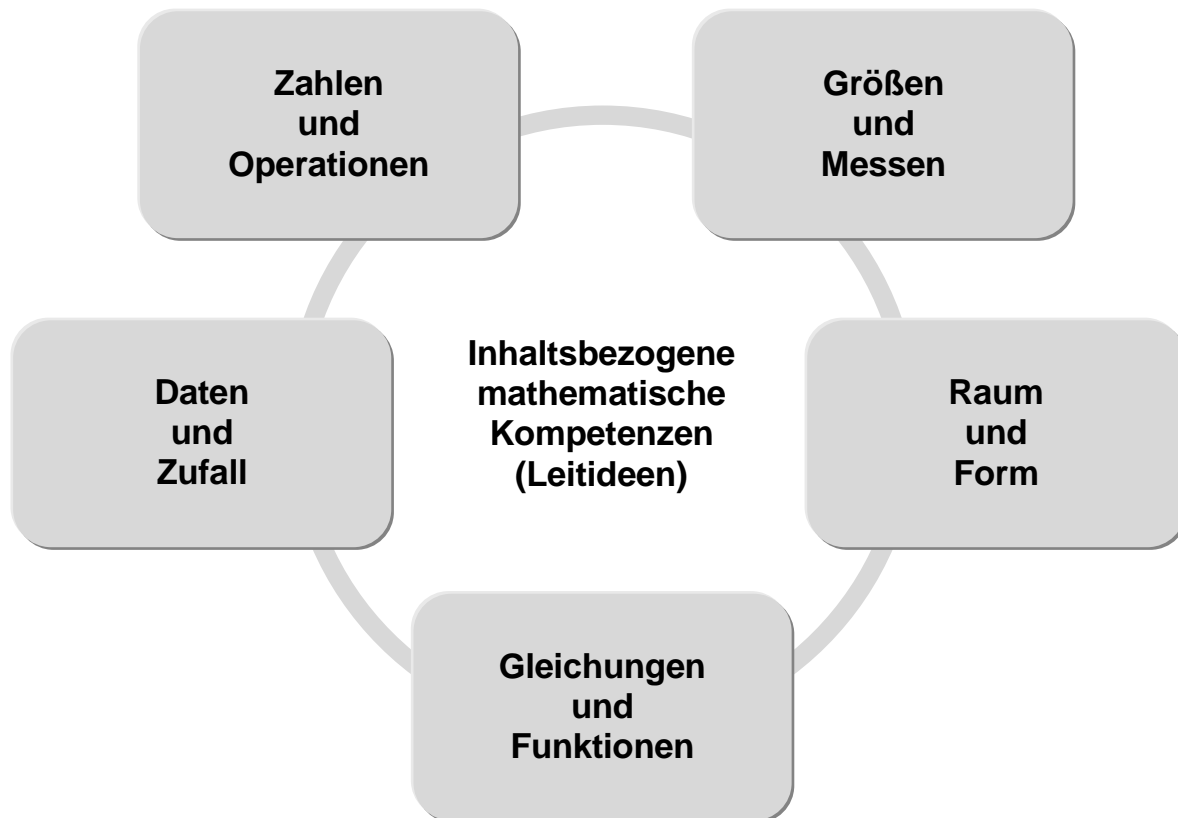


[K7] Mit Medien mathematisch arbeiten

Zum mathematischen Arbeiten mit Medien gehört der Umgang mit analogen Medien im Verbund mit digitalen Medien. Das Spektrum der Kompetenzen reicht von der Nutzung analoger Medien, der kritischen Prüfung von Informationen der digitalen Welt unter mathematischen Gesichtspunkten, der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge und Lernumgebungen über die Erstellung und Gestaltung eigener allgemeiner Medien wie Videos und Präsentationen bis hin zur bewussten Verwendung, Entwicklung und Reflexion von Algorithmen mit Hilfe digitaler Medien.

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzbereiche (Leitideen)

Im Folgenden werden die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzbereiche (Leitideen) des Kompetenzmodells im Mathematikunterricht beschrieben. Die Beschreibung führt die Aussagen der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (KMK, 2004, 2022) und der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschul- bzw. den Ersten und Mittleren Schulabschluss (KMK, 2003, ~~und~~ 2004 und 2022) zusammen. Diese Leitideen sind Grundlage für die Formulierung der Standards im anschließenden Kapitel.



[L1] Zahlen und Operationen

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln, ausgehend von den natürlichen Zahlen, tragfähige Vorstellungen zu Zahlen, Operationen und Strategien in verschiedenen Zahlenbereichen, die sie z. B. durch den Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen nachweisen. Sie erfassen und nutzen Beziehungen zwischen Rechenoperationen, entwickeln Rechenstrategien und nutzen diese zum Rechnen, auch in Kontexten.

[L2] Größen und Messen

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln im handelnden Umgang tragfähige Größenvorstellungen. Größen werden gemessen, geschätzt und verglichen. Dabei verinnerlichen die Lernenden die Grundidee des Messens und verstehen den Aufbau von Skalierungen. Sie operieren kontextbezogen mit Maßen und Einheiten insbesondere anhand von Größen, die im täglichen Leben eine Rolle spielen.

In geometrischen Sachverhalten werden Längen, Flächeninhalte, Volumina und Winkelgrößen bestimmt und berechnet.



[L3] Raum und Form

Die Schülerinnen und Schüler orientieren sich im Raum und in der Ebene. Dabei sammeln sie Erfahrungen zu Eigenschaften von geometrischen Objekten, Prozessen und Beziehungen. Sie erfassen zeichnerische Darstellungen und entwickeln ihre eigenen zeichnerischen Fähigkeiten. Ebene Figuren und Körper werden analysiert, klassifiziert und durch Skizzen, Konstruktionen, Netze, Schrägbilder oder Modelle dargestellt. Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler auch die Fähigkeit entwickeln, sich geometrische Objekte vorzustellen und mit ihnen in der Vorstellung zu operieren.

Durch die Darstellung geometrischer Situationen mithilfe von Koordinaten werden geometrische Probleme der analytischen Bearbeitung zugänglich.

Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte werden beschrieben und Gesetzmäßigkeiten begründet, um sie in Sachzusammenhängen zu nutzen.



[L4] Gleichungen und Funktionen

Variablen, Terme und Gleichungen werden strukturell zur Beschreibung von inner- und außermathematischen Situationen verwendet. Ausgehend von den Rechengesetzen für Zahlen entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein Verständnis für das Operieren mit Variablen.

Bereits in der Primarstufe nutzen und verstehen die Schülerinnen und Schüler strukturierte Darstellungen. Sie erkennen und beschreiben Gesetzmäßigkeiten in geometrischen bzw. arithmetischen Mustern und gehen dazu über, in Sachsituationen funktionale Zusammenhänge zur Beschreibung und Problemlösung zu nutzen.

Funktionen sind ein zentrales Mittel zur mathematischen Beschreibung quantitativer Zusammenhänge. Mit ihnen lassen sich Phänomene der Abhängigkeit und der Veränderung erfassen und analysieren. Damit sind Funktionen zur Bearbeitung einer Vielzahl von Realsituationen aus Natur, Wissenschaft und Gesellschaft als Modelle geeignet.

Das Arbeiten mit Funktionen ist gekennzeichnet durch den Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen.



[L5] Daten und Zufall

Die Schülerinnen und Schüler sammeln und dokumentieren Daten, stellen sie grafisch dar, fassen sie mithilfe statistischer Kennwerte numerisch zusammen, beschreiben und interpretieren sie.

Ausgehend von Wahrscheinlichkeitsschätzungen und experimentellen Untersuchungen werden Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen beschrieben. Auf der Basis von kombinatorischen Überlegungen sowie durch Verfahren und Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung können Zufallserscheinungen verstanden sowie qualitativ und quantitativ erfasst werden. Auf diese Weise gelangen die Lernenden zu fundierten und kontrollierten Urteilen in realen Entscheidungssituationen und entwickeln ein grundlegendes Verständnis für Simulationen und Prognosen.

2 Kompetenzen und Standards

Regelungen für das Land Berlin

Die Standards beschreiben auf unterschiedlichen Niveaustufen, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler im Laufe ihrer Schulzeit im Fachunterricht erwerben, je nachdem, über welche Lernvoraussetzungen sie verfügen und welchen Abschluss bzw. Übergang sie zu welchem Zeitpunkt anstreben. Die Standards orientieren sich am Kompetenzmodell und an den fachlichen Unterrichtszielen. Sie berücksichtigen die Anforderungen der Lebens- und zukünftigen Arbeitswelt der Lernenden.

Die im Kapitel 3 aufgeführten Themen und Inhalte können auf unterschiedlichen Niveaustufen angeboten werden.

Schülerinnen und Schüler mit Sinnes- und Körperbehinderungen und anderen Beeinträchtigungen erhalten behindertenspezifisch aufbereitete Lernangebote, die es ihnen ermöglichen, den gewählten Bildungsgang erfolgreich abzuschließen.

Bei den Standards handelt es sich um Regelstandards. Sie beschreiben, welche Voraussetzungen die Lernenden in den Jahrgangsstufen 1 bis 10 erfüllen müssen, um Übergänge erfolgreich zu bewältigen bzw. Abschlüsse zu erreichen. Sie stellen in ihren jeweiligen Niveaustufen steigende Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler im Laufe ihres individuellen Lernens dar, sodass Standards höherer Niveaustufen darunterliegende einschließen.

Ein differenziertes Unterrichtsangebot stellt sicher, dass die Schülerinnen und Schüler ihren individuellen Voraussetzungen entsprechend lernen können. Das Unterrichtsangebot berücksichtigt in den verschiedenen Jahrgangsstufen die jeweils gesetzten Anforderungen. Es ist Aufgabe der Lehrkräfte, die Schülerinnen und Schüler dabei zu unterstützen, die in den Standards formulierten Anforderungen zu verstehen, damit sie sich unter Anleitung und mit steigendem Alter zunehmend selbstständig auf das Erreichen des jeweils nächsthöheren Niveaus vorbereiten können.

Die Anforderungen werden auf acht Stufen ausgewiesen, die durch die Buchstaben A bis H gekennzeichnet sind. Die Niveaustufen beschreiben die bildungsgangbezogenen Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler.

Für die Lehrkräfte verdeutlichen sie in Kombination mit den für ihre Schulstufe und Schulform gültigen Rechtsvorschriften, auf welchem Anforderungsniveau sie in der jeweiligen Jahrgangsstufe Unterrichtsangebote unterbreiten müssen.

Die Standards werden als Basis für die Feststellung des Lern- und Leistungsstands und der darauf aufbauenden individuellen Förderung und Lernberatung genutzt. Dafür werden differenzierte Aufgabenstellungen und Unterrichtsmaterialien verwendet, die die individuellen Lernvoraussetzungen und Lerngeschwindigkeiten berücksichtigen und dafür passgerechte Angebote bereitstellen.

Die Leistungsbewertung erfolgt auf der Grundlage der geltenden Rechts- und Verwaltungsvorschriften.

Im schulinternen Curriculum dienen die Standards als Grundlage für die Festlegungen zur Qualitätsentwicklung und -sicherung im Unterricht.

Die im Teil B formulierten Standards für die Sprach- und Medienkompetenz der Schülerinnen und Schüler werden in den fachlichen Standards in diesem Kapitel berücksichtigt. Der Beitrag der Fächer zur Förderung von Sprach- und Medienkompetenz wird im Rahmen des schulinternen Curriculums abgestimmt.

Für **Grundschulen und Grundstufen der Gemeinschaftsschulen** sowie an **weiterführenden Schulen mit den Jahrgangsstufen 5 und 6** gilt:

Schulanfangsphase Niveaustufen A, B, in Teilen C
 Jahrgangsstufen 3 – 4 Niveaustufe C, in Teilen D
 Jahrgangsstufe 5 Niveaustufen C – D
 Jahrgangsstufe 6 Niveaustufe D, in Teilen E

1	2	3	4	5	6
A	B	B	C	C	D
A	B	C	C	D	D
A	B	C	C	D	D
A	B	C	C	D	D
B	B	C	C	D	D

Schülerinnen und Schüler mit dem **sonderpädagogischen Förderbedarf Lernen** werden auf folgenden Niveaustufen unterrichtet:

Jahrgangsstufe 3 Niveaustufe B, in Teilen C
 Jahrgangsstufen 4 – 6 Niveaustufe C
 Jahrgangsstufen 7 – 8 Niveaustufe D
 Jahrgangsstufen 9 – 10 Niveaustufen D – E

3	4	5	6	7	8	9	10	Niveau
B	C	C	C	D	D	E	E	BOA

Zur Vorbereitung auf den der Berufsbildungsreife gleichwertigen Abschluss werden in den Jahrgangsstufen 9 und 10 auch Angebote auf dem Niveau F unterbreitet.

Je nach dem Grad der Lernbeeinträchtigung erreichen die Schülerinnen und Schüler die gesetzten Standards nicht im vollen Umfang bzw. nicht zum vorgegebenen Zeitpunkt. Dem trägt eine individuelle Ausrichtung des Unterrichtsangebots Rechnung.

Für die **Integrierte Sekundarschule** gilt:

grundlegendes Niveau:

Jahrgangsstufen 7 – 8 Niveaustufen D – E, in Teilen F
 Jahrgangsstufen 9 – 10 Niveaustufe F, in Teilen G

erweitertes Niveau:

Jahrgangsstufen 7 – 8 Niveaustufe E, in Teilen F
 Jahrgangsstufen 9 – 10 Niveaustufen F – G

7	8	9	10	Niveau
D	E	F	G	EBBR
E	F	F	G	MSA

Für das **Gymnasium** gilt:

Jahrgangsstufe	7	Niveaustufe	E
Jahrgangsstufe	8	Niveaustufe	F
Jahrgangsstufe	9	Niveaustufe	G
Jahrgangsstufe	10	Niveaustufe	H

7	8	9	10	Niveau zum Übergang in die 2-jährige Qualifikationsphase
E	F	G	H	

Die folgende Darstellung veranschaulicht die im Berliner Schulsystem in den Jahrgangsstufen 1 bis 10 möglichen Lerngeschwindigkeiten im Überblick und zeigt die Durchlässigkeit des Schulsystems. Sie bietet zudem eine Grundlage für eine systematische Schullaufbahnberatung. In der Darstellung ist auch erkennbar, welche Anforderungen Schülerinnen und Schüler erfüllen müssen, die die Voraussetzungen für den Erwerb der Berufsbildungsreife erst am Ende der Jahrgangsstufe 10 erreichen. Dieses Niveau können auch Schülerinnen und Schüler mit dem sonderpädagogischen Förderschwerpunkt Lernen erreichen, wenn sie den der Berufsbildungsreife gleichwertigen Abschluss anstreben.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Niveau
A	A	B	B	C	C	D	D	D	E	E	BOA
A		B	C	C	D	D	E	E	F	F	BBR
A		B	C	C	D	D	E	F	F	G	EBBR
A		B	C	D	D	E	E	F	G	G	MSA
	B	C	C	D	D	E	F	F	G	H	Niveau zum Übergang in die 2-jährige Qualifikationsphase

Der Unterricht im Fach **Mathematik** und die nachfolgend beschriebenen Standards richten sich nach der innermathematischen Kompetenzentwicklung. Die in Kapitel 2.2 aufgelisteten inhaltsbezogenen Standards sind dabei unmittelbar an die in Kapitel 3 dargestellten Themen und Inhalte gekoppelt. Zusätzlich wird die Gestaltung des Unterrichts auf den einzelnen Niveaustufen auch durch die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen sowie die verschiedenen Anforderungsbereiche bestimmt. (siehe auch Kapitel 3, S. 36 f.)

Für die Jahrgangsstufen 1 bis 6 kann als Orientierung dienen, dass in der Regel die Niveaustufe B am Ende der Jahrgangsstufe 2, C am Ende der Jahrgangsstufe 4 und D am Ende der Jahrgangsstufe 6 erreicht werden soll.

Die Standards der Niveaustufen E und F sowie G und H sind innerhalb der Doppeljahrgangsstufen 7/8 sowie 9/10 geeignet miteinander zu verzahnen.

Insbesondere an Gymnasien können durch geeignete inhaltliche Verknüpfungen in der Jahrgangsstufe 8 Vorgriffe auf die in G bzw. H beschriebenen Standards erfolgen.

Die Niveaustufe H beschreibt die Eingangsvoraussetzungen für die Qualifikationsphase. In Klassen, die in 13 Jahren zum Abitur führen, kann sie auch am Ende der Jahrgangsstufe 11 erreicht werden.

Die Anforderungen für die jeweiligen Jahrgangsstufen werden im schulinternen Curriculum festgelegt. Dies gilt auch für das Wahlpflichtfach Mathematik.

Beim Unterrichten muss berücksichtigt werden, dass Lernende die noch nicht bewältigten Niveaustufen in späteren Jahrgangsstufen erreichen können. Deshalb beschreiben zwar z. B. die Standards in Stufe D den Übergang in die Sekundarstufe, es ist aber möglich, dass auch in Jahrgangsstufe 7 noch auf der Niveaustufe D unterrichtet werden muss.

Regelungen für das Land Brandenburg

Die Standards beschreiben auf unterschiedlichen Niveaustufen, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler im Laufe ihrer Schulzeit im Fachunterricht erwerben, je nachdem, über welche Lernvoraussetzungen sie verfügen und welchen Abschluss bzw. Übergang sie zu welchem Zeitpunkt anstreben. Die Standards orientieren sich am Kompetenzmodell und an den fachlichen Unterrichtszielen. Sie berücksichtigen die Anforderungen der Lebens- und zukünftigen Arbeitswelt der Lernenden.

Die im Kapitel 3 aufgeführten Themen und Inhalte können auf unterschiedlichen Niveaustufen angeboten werden.

Schülerinnen und Schüler mit Sinnes- und Körperbehinderungen und anderen Beeinträchtigungen erhalten behindertenspezifisch aufbereitete Lernangebote, die es ihnen ermöglichen, den gewählten Bildungsgang erfolgreich abzuschließen.

Bei den Standards handelt es sich um Regelstandards. Sie beschreiben, welche Voraussetzungen die Lernenden in den Jahrgangsstufen 1 bis 10 erfüllen müssen, um Übergänge erfolgreich zu bewältigen bzw. Abschlüsse zu erreichen. Sie stellen in ihren jeweiligen Niveaustufen steigende Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler im Laufe ihres individuellen Lernens dar, sodass Standards höherer Niveaustufen darunterliegende einschließen.

Ein differenziertes Unterrichtsangebot stellt sicher, dass die Schülerinnen und Schüler ihren individuellen Voraussetzungen entsprechend lernen können. Das Unterrichtsangebot berücksichtigt in den verschiedenen Jahrgangsstufen die jeweils gesetzten Anforderungen. Es ist Aufgabe der Lehrkräfte, die Schülerinnen und Schüler dabei zu unterstützen, die in den Standards formulierten Anforderungen zu verstehen, damit sie sich unter Anleitung und mit steigendem Alter zunehmend selbstständig auf das Erreichen des jeweils nächsthöheren Niveaus vorbereiten können.

Die Anforderungen werden auf acht Stufen ausgewiesen, die durch die Buchstaben A bis H gekennzeichnet sind. Die Niveaustufen beschreiben die bildungsgangbezogenen Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler.

Für die Lehrkräfte verdeutlichen sie in Kombination mit den für ihre Schulstufe und Schulform gültigen Rechtsvorschriften, auf welchem Anforderungsniveau sie in der jeweiligen Jahrgangsstufe Unterrichtsangebote unterbreiten müssen.

Die Standards werden als Basis für die Feststellung des Lern- und Leistungsstands und der darauf aufbauenden individuellen Förderung und Lernberatung genutzt. Dafür werden differenzierte Aufgabenstellungen und Unterrichtsmaterialien verwendet, die die individuellen Lernvoraussetzungen und Lerngeschwindigkeiten berücksichtigen und dafür passgerechte Angebote bereitstellen.

Die Leistungsbewertung erfolgt auf der Grundlage der geltenden Rechts- und Verwaltungsvorschriften.

Im schulinternen Curriculum dienen die Standards als Grundlage für die Festlegungen zur Qualitätsentwicklung und -sicherung im Unterricht.

Die im Teil B formulierten Standards für die Sprach- und Medienkompetenz der Schülerinnen und Schüler werden in den fachlichen Standards in diesem Kapitel berücksichtigt. Der Beitrag der Fächer zur Förderung von Sprach- und Medienkompetenz wird im Rahmen des schulinternen Curriculums abgestimmt.

Grundschule

Die folgenden tabellarischen Darstellungen beschreiben, zu welchen Zeitpunkten Schülerinnen und Schüler in der Regel im Bildungsgang der Grundschule Niveaustufen durchlaufen bzw. erreichen. Die Lehrkräfte stellen in den jeweiligen Niveaustufen steigende Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler, sodass Standards höherer Niveaustufen von ihnen erreicht werden können.

Für **Grundschulen** und für **Primarstufen von Ober- und Gesamtschulen** sowie für **weiterführende allgemeinbildende Schulen mit den Jahrgangsstufen 5 und 6** gilt:

Jahrgangsstufen 1 – 2 Niveaustufen A und B
 Jahrgangsstufen 3 – 4 Niveaustufe C
 Jahrgangsstufen 5 – 6 Niveaustufe D

1	2	3	4	5	6
A	B		C		D

Förderschwerpunkt Lernen

Die folgende tabellarische Darstellung beschreibt, zu welchen Zeitpunkten Schülerinnen und Schüler in der Regel im Bildungsgang zum Erwerb des Abschlusses der Schule mit dem sonderpädagogischen Förderschwerpunkt Lernen Niveaustufen durchlaufen bzw. erreichen. Die Lehrkräfte stellen in den jeweiligen Niveaustufen steigende Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler, sodass Standards höherer Niveaustufen von ihnen erreicht werden können.

Schülerinnen und Schüler mit dem **sonderpädagogischen Förderbedarf Lernen** werden auf folgenden Niveaustufen unterrichtet:

Jahrgangsstufen 1 – 2 Niveaustufen A und B
 Jahrgangsstufe 3 Niveaustufe B
 Jahrgangsstufen 4 – 6 Niveaustufe C
 Jahrgangsstufen 7 – 8 Niveaustufe D
 Jahrgangsstufen 9 – 10 Niveaustufen D und E

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Angestrebter Abschluss
A		B		C			D		E	Abschluss L

Schülerinnen und Schüler, für die sonderpädagogischer Förderbedarf im Förderschwerpunkt Lernen festgestellt worden ist und die dem Bildungsgang Förderschule Lernen gemäß § 30 BbgSchulG zugeordnet sind, erhalten im Unterricht Lernangebote, die ein Erreichen der Niveaustufen A, B, C, D und E ermöglichen sollen. Hierbei sind die individuellen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler zu berücksichtigen.

In diesem Bildungsgang wird mit der Niveaustufe E das gemeinsame Bildungsziel am Ende der Jahrgangsstufe 10 abgebildet.

Zur Vorbereitung auf den der Berufsbildungsreife entsprechenden Abschluss wird in den Jahrgangsstufen 9 und 10 schülerbezogen auch auf dem Niveau F unterrichtet.

Schulen der Sekundarstufe I

Ausgehend vom grundlegenden, erweiterten und vertieften Anspruchsniveau unterscheidet sich der Unterricht in der Sekundarstufe I in der Art der Erschließung, der Vertiefung und dem Grad der Komplexität der zugrunde gelegten Themen und Inhalte. Bei der inneren Organisation in Klassen und Kursen ist dies zu berücksichtigen.

Die folgenden tabellarischen Darstellungen beschreiben, zu welchen Zeitpunkten Schülerinnen und Schüler in der Regel in den verschiedenen Bildungsgängen der Sekundarstufe I Niveaustufen durchlaufen bzw. erreichen. Der Unterricht enthält immer auch Angebote auf der jeweils höheren Niveaustufe.

Am Unterricht in Fächern ohne äußere Fachleistungsdifferenzierung nehmen Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen teil. Die dem Unterricht zugrunde gelegte Niveaustufe ist daher so zu wählen, dass sie für alle Lernenden eine optimale Förderung ermöglicht.

a) Oberschule

In der **EBR-Klasse des kooperativen Modells** und im **A-Kurs des integrativen Modells** wird im Unterricht eine **grundlegende Bildung** vermittelt. Den einzelnen Jahrgangsstufen sind hierbei folgende Niveaustufen zugeordnet:

Jahrgangsstufe	7	Niveaustufen D und E
Jahrgangsstufe	8	Niveaustufen E und F
Jahrgangsstufe	9	Niveaustufe F
Jahrgangsstufe	10	Niveaustufen F und G

7	8	9	10	Angestrebter Abschluss
D	E	F	G	EBR

In der **FOR-Klasse des kooperativen Modells** sowie im **B-Kurs des integrativen Modells** wird im Unterricht eine **erweiterte Bildung** vermittelt. Den einzelnen Jahrgangsstufen sind hierbei folgende Niveaustufen zugeordnet:

Jahrgangsstufe	7	Niveaustufe E
Jahrgangsstufe	8	Niveaustufen E und F
Jahrgangsstufe	9	Niveaustufen F und G
Jahrgangsstufe	10	Niveaustufe G

7	8	9	10	Angestrebter Abschluss
E	F	G		FOR

In Fächern ohne äußere Fachleistungsdifferenzierung ist der Unterricht so zu gestalten, dass sowohl eine **grundlegende** als auch eine **erweiterte Bildung** vermittelt wird. Hierbei sind die für die Oberschule dargestellten Niveaustufen zugrunde zu legen.

b) Gesamtschule

Im **G-Kurs der Gesamtschule** wird zur Sicherung der Durchlässigkeit zum E-Kurs neben der **grundlegenden Bildung** auch die **erweiterte Bildung** vermittelt. Im **E-Kurs der Gesamtschule** wird zur Sicherung der Durchlässigkeit zum G-Kurs neben der **vertieften Bildung** auch die **erweiterte Bildung** vermittelt.

In Fächern ohne äußere Fachleistungsdifferenzierung ist der Unterricht so zu gestalten, dass eine **grundlegende, erweiterte und vertiefte Bildung** vermittelt wird. Hierbei sind die für die Oberschule und das Gymnasium dargestellten Niveaustufen zugrunde zu legen.

c) Gymnasium

In den Klassen des Gymnasiums wird im Unterricht eine **vertiefte Bildung** vermittelt. Den einzelnen Jahrgangsstufen sind hierbei folgende Niveaustufen zugeordnet:

Jahrgangsstufe	7	Niveaustufe	E
Jahrgangsstufe	8	Niveaustufe	F
Jahrgangsstufe	9	Niveaustufe	G
Jahrgangsstufe	10	Niveaustufe	H

7	8	9	10	Angestrebter Abschluss Versetzung in die Qualifikationsphase
E	F	G	H	

Der Unterricht im Fach **Mathematik** und die nachfolgend beschriebenen Standards richten sich nach der innermathematischen Kompetenzentwicklung. Die in Kapitel 2.2 dargestellten inhaltsbezogenen Standards sind dabei unmittelbar an die in Kapitel 3 dargestellten Themen und Inhalte gekoppelt. Zusätzlich wird die Gestaltung des Unterrichts auf den einzelnen Niveaustufen auch durch die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen sowie die verschiedenen Anforderungsbereiche bestimmt. (siehe auch Kapitel 3, S. 32 f.)

Für die Jahrgangsstufen 1 bis 6 kann als Orientierung dienen, dass in der Regel die Niveaustufe B am Ende der Jahrgangsstufe 2, C am Ende der Jahrgangsstufe 4 und D am Ende der Jahrgangsstufe 6 erreicht werden soll.

Die Standards der Niveaustufen E und F sowie G und H sind innerhalb der Doppeljahrgangsstufen 7/8 sowie 9/10 geeignet miteinander zu verzahnen.

Insbesondere an Gymnasien können durch geeignete inhaltliche Verknüpfungen in der Jahrgangsstufe 8 Vorgriffe auf die in G bzw. H beschriebenen Standards erfolgen.

Die Niveaustufe H beschreibt die Eingangsvoraussetzungen für die Qualifikationsphase. In Klassen, die in 13 Jahren zum Abitur führen, kann sie auch am Ende der Jahrgangsstufe 11 erreicht werden.

Die Anforderungen für die jeweiligen Jahrgangsstufen werden im schulinternen Curriculum festgelegt. Dies gilt auch für das Wahlpflichtfach Mathematik.

Beim Unterrichten in allen Schulformen muss berücksichtigt werden, dass Lernende die noch nicht bewältigten Niveaustufen in späteren Jahrgangsstufen erreichen können. Deshalb beschreiben zwar z. B. die Standards in Stufe D den Übergang in die Sekundarstufe, es ist aber möglich, dass auch in Klasse 7 noch auf der Niveaustufe D unterrichtet werden muss.

2.1 Prozessbezogene mathematische Standards

Die Entwicklung der prozessbezogenen Standards durchzieht den gesamten Mathematikunterricht. In Jahrgangsstufe 1 muss mit dieser Entwicklung begonnen werden. Bei jedem Thema bis einschließlich Jahrgangsstufe 10 spielen die prozessbezogenen Standards – akzentuiert und geeignet auf die Themen verteilt – eine wichtige Rolle. Das Erreichen der Standards ist abhängig von Thema, Inhalt, Komplexitätsgrad und Anforderungsbereich, sie können auf jeder Niveaustufe und bei jeder Leitidee in verschiedenen Ausprägungen nachgewiesen werden.



[K1] Mathematisch argumentieren

Niveaustufen A bis C

Die Schülerinnen und Schüler

- hinterfragen mathematische Aussagen und prüfen diese auf Korrektheit,
- stellen Vermutungen zu mathematischen Zusammenhängen auf,
- formulieren Begründungen und vollziehen Begründungen anderer nach.

Niveaustufen D bis H

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- geben vertraute Argumentationen wieder (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze),
- formulieren typische Fragen, die auf Argumentationen zielen („Wie verändert sich ...?“, „Ist das immer so ...?“),
- begründen angemessen auf Basis von Alltagswissen,

Zusammenhänge herstellen

- entwickeln und erläutern überschaubare mehrschrittige Argumentationen,
- erläutern Lösungswege und prüfen sie u. a. auf Konsistenz,
- bewerten Ergebnisse und Aussagen auch bzgl. ihres Anwendungskontextes,
- erläutern mathematische Zusammenhänge, Ordnungen und logische Strukturen,

Verallgemeinern und Reflektieren

- entwickeln und erläutern komplexe Argumentationen,
- bewerten verschiedene Argumentationen (z. B. in Texten und Darstellungen aus digitalen Medien),
- stellen selbstständig Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und äußern begründet Vermutungen.



[K2] Probleme mathematisch lösen

Niveaustufen A bis C

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Lösungsideen zu Aufgaben, zu denen bislang keine Lösungsroutinen bekannt sind,
- entwickeln Lösungsstrategien (z. B. systematisches Probieren, Analogien nutzen), wählen heuristische Hilfsmittel aus und nutzen diese (z. B. Tabellen),
- überdenken Vorgehensweisen und passen diese gegebenenfalls an.

Niveaustufen D bis H

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- geben Heuristiken an (z. B. Skizze erstellen, systematisch probieren),
- lösen einfache Probleme mit bekannten Heuristiken (z. B. systematisches Probieren),

Zusammenhänge herstellen

- formulieren Problemstellungen,
- wählen geeignete Heuristiken zur Lösung entsprechender Probleme aus,
- überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen,

Verallgemeinern und Reflektieren

- lösen anspruchsvolle, komplexe oder offen formulierte Probleme,
- reflektieren das Finden von Lösungsideen, vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege.



[K3] Mathematisch modellieren

Niveaustufen A bis C

Die Schülerinnen und Schüler

- entnehmen die für die mathematische Bearbeitung einer Fragestellung relevanten Informationen u. a. aus Texten, Darstellungen, der Lebenswirklichkeit,
- übersetzen Sachprobleme in die Sprache der Mathematik und prüfen und interpretieren die mathematische Lösung in Bezug auf die Ausgangssituation,
- formulieren zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben.

Niveaustufen D bis H

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu,
- nutzen bekannte und direkt erkennbare Modelle (z. B. Proportionalität bzw. Dreisatz),
- prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung,

Zusammenhänge herstellen

- wählen ein geeignetes mathematisches Modell aus,
- nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern,
- interpretieren Ergebnisse einer Modellierung,
- prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation,
- ordnen einem mathematischen Modell passende Situationen zu,

Verallgemeinern und Reflektieren

- modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln ggf. eigene Modelle,
- reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z. B. in Bezug auf die Realsituation,
- entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.



[K4] Mathematische Darstellungen verwenden

Niveaustufen A bis C

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete Darstellungsformen für das Bearbeiten mathematischer Fragestellungen aus und nutzen und entwickeln diese,
- übertragen eine Darstellungsform in eine andere,
- vergleichen Darstellungsformen miteinander und bewerten diese.

Niveaustufen D bis H

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- nutzen und erzeugen vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen,
- interpretieren vertraute Darstellungen,

Zusammenhänge herstellen

- wählen eine Darstellung passend zur Problemstellung aus,
- wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind,
- übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,

Verallgemeinern und Reflektieren

- entwickeln eigene Darstellungen,
- analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihres Zwecks,
- interpretieren nicht vertraute Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft.



[K5] Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen umgehen

Niveaustufen A bis C

Die Schülerinnen und Schüler

- übersetzen symbolische und formale Sprache in Alltagssprache und umgekehrt,
- verwenden mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht,
- verwenden mathematische Objekte (z. B. Zahldarstellungen, Terme, Ecken, Kanten, Tabellen, Diagramme) bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben- und Problemstellungen sicher und flexibel,
- setzen mathematische Werkzeuge (z. B. Zeichenwerkzeuge, digitale Werkzeuge) sachgerecht ein.

Niveaustufen D bis H

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung),
- gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um,

Zusammenhänge herstellen

- führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus,

- beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um,

Verallgemeinern und Reflektieren

- bewerten Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz,
- beschreiben die innere Struktur von Lösungsverfahren, erfassen deren Allgemeingültigkeit und übertragen die Verfahren auf neue Situationen.



[K6] Mathematisch kommunizieren

Niveaustufen A bis C

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht,
- erläutern mathematische Zusammenhänge,
- vollziehen Lösungen und Lösungswege anderer nach, hinterfragen und entwickeln diese gemeinsam weiter.

Niveaustufen D bis H

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich,
- entnehmen Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Texten und Abbildungen,
- reagieren sach- und adressatengerecht auf Fragen und Kritik zu eigenen Lösungen,

Zusammenhänge herstellen

- stellen Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse und Verfahren verständlich dar,
- erfassen, interpretieren und deuten komplexere mathematikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen,
- Verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen und erklären ihre Bedeutung,
- gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (z. B. konstruktiver Umgang mit Fehlern, Weiterführen mathematischer Ideen),

Verallgemeinern und Reflektieren

- präsentieren sachgerecht komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich,
- interpretieren und beurteilen komplexe mathematische Texte sinnentnehmend,
- vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen.



[K7] Mit Medien mathematisch arbeiten

Niveaustufen A bis C

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen digitale Medien (z. B. Videos, Textverarbeitung, Präsentationsmedien) unter Anleitung,
- nutzen analoge und digitale mathematikspezifische Werkzeuge (z. B. zum räumlichen Vorstellungsvermögen, zur Darstellung von Daten), um mathematische Sachverhalte zu veranschaulichen,

- wenden Algorithmen und das Zerlegen und Lösen von Problemen im Sinne der informatischen Grundbildung an,
- strukturieren Informationen, stellen sie in unterschiedlichen Repräsentationen dar und interpretieren sie kritisch.

Niveaustufen D bis H

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- verwenden allgemeine Medien zur Kommunikation (z. B. Recherche in Fachliteratur oder Internet, Nutzung von Lernplattformen) und zur Präsentation mathematischer Inhalte in Situationen, in denen der Einsatz geübt wurde,
- nutzen analoge und digitale Lernumgebungen zum Lernen von Mathematik,
- nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. wissenschaftlichen Taschenrechner), die aus dem Unterricht vertraut sind,
- ziehen Informationen aus mathematikhaltigen Darstellungen in Alltagsmedien,

Zusammenhänge herstellen

- nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc.,
- nutzen weitere mathematikspezifische Medien (z. B. Apps zur Lernstandsbestimmung, Erklärvideos zum Verstehen, Programme zum Üben) zum selbstgesteuerten Lernen und Anwenden von Mathematik,
- nutzen bekannte Algorithmen mit digitalen Mathematikwerkzeugen,
- vergleichen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,
- wählen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung bewusst aus,

Verallgemeinern und Reflektieren

- reflektieren Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematikspezifischer Medien, auch im Vergleich zwischen analogem und digitalem Medium,
- konzipieren und erstellen selbst analoge und digitale Medien um mathematische Sachverhalte darzustellen oder zu bearbeiten und stellen ihre Ergebnisse vor (z. B. Präsentation, Videos),
- beurteilen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung,
- beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,
- setzen bekannte mathematische Verfahren mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation) als Algorithmus um,
- nutzen Algorithmen mit Hilfe digitaler Werkzeuge, um den jeweils zugrundeliegenden mathematischen Inhalt zu untersuchen.

2.2 Inhaltsbezogene mathematische Standards

Die nachfolgend dargestellten inhaltsbezogenen mathematischen Standards gelten in enger Verflechtung mit den zuvor dargestellten prozessbezogenen mathematischen Standards.

Mit der Formulierung „(auch ...)“ wird bei gleich formulierten Standards die Progression in der Entwicklung der Kompetenzen ausgedrückt

1/2 [L1] Zahlen und Operationen

Zahlvorstellungen			
	Zahlen auffassen und darstellen	Zahlen ordnen	Zahlbeziehungen beschreiben
Die Schülerinnen und Schüler können			
A	kleine Anzahlen bestimmen	kleine Anzahlen vergleichen	Mengen zerlegen
B	natürliche Zahlen bis 100 darstellen	natürliche Zahlen bis 100 ordnen	Zahlbeziehungen der natürlichen Zahlen bis 100 beschreiben
C	natürliche Zahlen bis 1 Million darstellen	natürliche Zahlen bis 1 Million ordnen	Zahlbeziehungen der natürlichen Zahlen bis 1 Million beschreiben
D	Zahlen darstellen (auch gebrochene Zahlen)	Zahlen ordnen (auch gebrochene Zahlen)	Zahlbeziehungen beschreiben (auch gebrochene Zahlen)
E	Zahlen darstellen (auch rationale Zahlen)	Zahlen ordnen (auch rationale Zahlen)	Zahlbeziehungen beschreiben (auch rationale Zahlen)
F	Zahlen darstellen (auch Zahlen in Potenzschreibweise)	Zahlen ordnen (auch Zahlen in Potenzschreibweise)	Zahlenbereiche zueinander in Beziehung setzen
G	Zahlen darstellen (auch reelle Zahlen)	Zahlen ordnen (auch reelle Zahlen)	Zahlenbereiche zueinander in Beziehung setzen (auch reelle Zahlen)
H	Zahlen sachgerecht darstellen	Näherungsverfahren zur Bestimmung reeller Zahlen nutzen	---

Operationsvorstellungen und Rechenstrategien		
	Operationsvorstellungen entwickeln	Rechenverfahren und -strategien anwenden
	Die Schülerinnen und Schüler können	
A	additive und subtraktive Handlungen ausführen	die Reihenfolge bei additiven Handlungen vertauschen
B	Zusammenhänge zwischen den vier Grundrechenoperationen im Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis 100 beschreiben	Rechenstrategien und Gesetze der Grundrechenoperationen im Bereich der natürlichen Zahlen bis 100 situationsangemessen nutzen
C	Zusammenhänge zwischen den vier Grundrechenoperationen im Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis 1 Million beschreiben	Rechenstrategien, -verfahren, -regeln und Gesetze der Grundrechenoperationen im Bereich der natürlichen Zahlen bis 1 Million situationsangemessen nutzen
D	Zusammenhänge zwischen den vier Grundrechenoperationen beschreiben (auch im Bereich der gebrochenen Zahlen)	Rechenstrategien, -verfahren, -regeln und Gesetze der Grundrechenoperationen nutzen
E	Zusammenhänge zwischen den Grundrechenoperationen beschreiben (auch im Bereich der rationalen Zahlen)	Rechenstrategien, -verfahren, -regeln und Gesetze der Grundrechenoperationen nutzen
F	Zusammenhänge zwischen den Rechenoperationen beschreiben (auch für Potenzen)	erworbene Rechenverfahren und -strategien vertiefend auf neue Sachverhalte und im Zusammenhang anwenden
G	Zusammenhänge zwischen den Rechenoperationen beschreiben (auch im Bereich der reellen Zahlen)	Rechenstrategien, -verfahren, -regeln und -gesetze nutzen (auch im Bereich der reellen Zahlen)
H	Zusammenhänge zwischen den Rechenoperationen beschreiben (auch beim Rechnen mit Potenzen mit rationalen Exponenten)	Rechenstrategien, -verfahren, -regeln und -gesetze nutzen (auch beim Rechnen mit Potenzen mit rationalen Exponenten)



[L2] Größen und Messen

Größenvorstellungen und Messen		
	Vorstellungen zu Größen und ihren Einheiten nutzen	Größenangaben bestimmen
Die Schülerinnen und Schüler können		
A	ausgewählte Alltagssituationen und Messinstrumente einander zuordnen	einzelne Objekte bezüglich ihrer Länge direkt vergleichen
B	die Größen Geld, Zeit und Länge sowie ihre Einheiten unterscheiden	Längen messen und Zeitpunkte ablesen
C	die verschiedenen Größen und ihre Einheiten nutzen (auch Masse und Hohlmaße)	Größen messen (auch Massen, und Flächeninhalte und Volumina)
D	die verschiedenen Größen und ihre Einheiten nutzen (auch Flächeninhalt, Volumen und Winkelgrößen)	Größen messen (auch Volumina und Winkelgrößen)
E	die verschiedenen Größen und ihre Einheiten nutzen (auch weitere Einheiten zu den bekannten Größen)	Größen messen und Maße aus ausgewählten Darstellungen entnehmen
F	die verschiedenen Größen und ihre Einheiten nutzen (auch unter Verwendung von Zehnerpotenzen)	Größenangaben bestimmen auch im Rahmen neuer Sachverhalte
G	die verschiedenen Größen und ihre Einheiten systematisch beschreiben	Größen messen und Maße aus Darstellungen entnehmen
H	die verschiedenen Größen und ihre Einheiten systematisch beschreiben (auch Winkel im Grad- und Bogenmaß)	Größen bestimmen (auch bei krummlinig begrenzten Figuren)

Rechnen mit Größen	
Größen in Sachzusammenhängen berechnen	
Die Schülerinnen und Schüler können	
A	---
B	mit Größenangaben zu Geld, Länge und Zeitspanne innerhalb einer Einheit rechnen
C	mit Größenangaben rechnen (auch mit Massen und Hohlmaßen und auch in verschiedenen Einheiten)
D	mit Größenangaben rechnen (auch mit Flächeninhalten, Volumina und Winkelgrößen)
E	mit Größenangaben rechnen (auch mit zusammengesetzten Größen und auch bei ausgewählten geometrischen Objekten)
F	mit Größenangaben rechnen (auch bei ausgewählten Pyramiden und zusammengesetzten geometrischen Objekten)
G	mit Größenangaben rechnen (auch bei Pyramiden, Kegeln und Kugeln sowie zusammengesetzten Körpern und auch mithilfe trigonometrischer Beziehungen)
H	mit Größenangaben rechnen (auch bei schiefen Körpern)



[L3] Raum und Form

Geometrische Objekte			
	Geometrische Objekte und ihre Eigenschaften beschreiben	Beziehungen zwischen geometrischen Objekten beschreiben	Geometrische Objekte darstellen
Die Schülerinnen und Schüler können			
A	geometrische Objekte in der Umwelt wiedererkennen	Lagebeziehungen von realen Objekten im Raum beschreiben	ausgewählte Körperformen und ebene Figuren nachfahren
B	ausgewählte geometrische Objekte unterscheiden	Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten beschreiben	ausgewählte geometrische Objekte herstellen und zeichnen
C	ausgewählte geometrische Objekte qualitativ beschreiben	Beziehungen zwischen ausgewählten geometrischen Objekten beschreiben	Modelle ausgewählter Körper herstellen und weitere ebene geometrische Figuren zeichnen
D	weitere geometrische Objekte qualitativ beschreiben	Beziehungen zwischen geometrischen Objekten (auch Winkel) beschreiben und zur Systematisierung nutzen	geometrische Körper (auch Prismen) darstellen und ebene geometrische Figuren zeichnen
E	geometrische Objekte beschreiben (auch quantitativ)	Beziehungen zwischen geometrischen Objekten beschreiben (auch Sätze über Dreiecke)	ausgewählte geometrische Körper (auch Zylinder) darstellen und ebene Figuren konstruieren
F	geometrische Objekte und ihre Zusammensetzungen beschreiben (auch gerade quadratische Pyramiden)	Beziehungen zwischen geometrischen Objekten für Berechnungen nutzen (auch gerade quadratische Pyramiden und auch in Zusammensetzungen)	geometrische Körper darstellen (auch gerade quadratische Pyramiden)
G	geometrische Objekte beschreiben (auch Differenz- und Teilkörper sowie Differenz- und Teilflächen)	Beziehungen zwischen geometrischen Objekten für Argumentationen nutzen	geometrische Körper (auch Kegel und Pyramiden) darstellen und zusammengesetzte Körper und Differenzkörper skizzieren
H	Eigenschaften von geometrischen Objekten begründen	geometrische Objekte klassifizieren	---

Geometrische Abbildungen		
Geometrische Abbildungen und ihre Eigenschaften nutzen	Geometrische Abbildungen ausführen	
Die Schülerinnen und Schüler können		
A	deckungsgleiche Figuren finden	Bewegungsanweisungen ausführen
B	Lageveränderungen umgangssprachlich beschreiben	Lageveränderungen in Ebene und Raum ausführen
C	Kongruenzabbildungen erkennen	Lage- und Größenveränderungen bei geometrischen Figuren ausführen
D	Eigenschaften von Kongruenzabbildungen beschreiben und nutzen	ausgewählte Kongruenzabbildungen ausführen
E	Eigenschaften von Abbildungen nutzen (auch Vergrößerungen und Verkleinerungen)	ausgewählte Abbildungen ausführen (auch Vergrößerungen und Verkleinerungen)
F	Eigenschaften von Abbildungen auf neue Sachverhalte übertragen	ausgewählte Abbildungen ausführen (auch mithilfe von Geometriesoftware)
G	erworbene Kompetenzen vertiefend in komplexeren Zusammenhängen anwenden	Abbildungen von räumlichen Figuren ausführen
H	Eigenschaften von Abbildungen für Argumentationen nutzen	---



[L4] Gleichungen und Funktionen

Terme und Gleichungen		
	Terme und Gleichungen darstellen	Gleichungen und Gleichungssysteme lösen
Die Schülerinnen und Schüler können		
A	Mengen mit vorgegebener Anzahl von Objekten legen	Mengenunterschiede ausgleichen
B	Terme und Gleichungen mit einer Rechenoperation darstellen	einfache Gleichungen mit einer Rechenoperation lösen
C	Terme und Gleichungen darstellen (auch mit mehreren Rechenoperationen)	einfache Gleichungen lösen (auch mit mehreren Rechenoperationen)
D	Terme und Gleichungen darstellen (auch im Bereich der gebrochenen Zahlen)	einfache Gleichungen lösen (auch im Bereich der gebrochenen Zahlen)
E	Terme und Gleichungen darstellen (auch im Bereich der rationalen Zahlen)	lineare Gleichungen und Verhältnisgleichungen lösen (auch mit Äquivalenzumformungen)
F	Terme und Gleichungen darstellen (auch lineare Gleichungssysteme)	Gleichungen und lineare Gleichungssysteme lösen
G	Terme und Gleichungen darstellen (auch für quadratische Zusammenhänge)	Gleichungen (auch quadratische Gleichungen) und lineare Gleichungssysteme lösen
H	Terme und Gleichungen darstellen (auch für potenzielle und exponentielle Zusammenhänge)	Gleichungen (auch Potenzgleichungen mit rationalen Exponenten und Exponentialgleichungen) und lineare Gleichungssysteme lösen

Zuordnungen und Funktionen			
	Zuordnungen und Funktionen untersuchen	Zuordnungen und Funktionen darstellen	Eigenschaften funktionaler Zusammenhänge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler können			
A	Objekte ordnen	Musterfolgen nachbilden	in Musterfolgen Lücken schließen
B	Zuordnungen und Muster erkennen	Zuordnungen und Muster herstellen	Muster fortsetzen
C	Bildungsregeln für Zuordnungen und Muster beschreiben	Zuordnungen und Muster verschieden darstellen	einzelne Werte zu Zuordnungen ermitteln
D	direkt proportionale Zuordnungen von anderen Zuordnungen unterscheiden	Zuordnungen darstellen (auch direkt proportionale)	zu direkt proportionalen Zuordnungen Berechnungen durchführen
E	Eigenschaften von Zuordnungen beschreiben (auch indirekt proportionale)	zwischen verschiedenen Darstellungen von Zuordnungen (auch indirekt proportionalen) wechseln	zu Zuordnungen (auch indirekt proportionalen) Berechnungen durchführen
F	Eigenschaften von linearen Funktionen beschreiben	zwischen verschiedenen Darstellungen von linearen Funktionen wechseln	zu linearen Funktionen Berechnungen durchführen
G	Eigenschaften von Funktionen beschreiben (auch quadratische und trigonometrische Funktionen sowie Exponentialfunktionen)	zwischen verschiedenen Darstellungen von Funktionen wechseln (auch quadratische und trigonometrische Funktionen sowie Exponentialfunktionen)	die verschiedenen Funktionstypen sachgerecht anwenden (auch quadratische und trigonometrische Funktionen sowie Exponentialfunktionen)
H	Eigenschaften von Funktionen beschreiben (auch Potenz-, Exponential- und ausgewählte ganzrationale Funktionen) und Umkehrfunktionen angeben	unterschiedliche Darstellungen von Funktionen (auch Potenz- und Exponentialfunktionen) interpretieren und zwischen ihnen wechseln	die verschiedenen Funktionstypen sachgerecht anwenden (auch Potenzfunktionen mit ganzzahligen und positiven rationalen Exponenten sowie Exponentialfunktionen)



[L5] Daten und Zufall

Daten			
	Daten erheben	Daten darstellen	Statistische Erhebungen auswerten
Die Schülerinnen und Schüler können			
A	Objekte mit vorgegebenen Eigenschaften finden	Objekte sortieren	Anzahlen sortierter Objekte vergleichen
B	Daten sammeln	Daten in vorgegebener Form darstellen	Informationen aus Datendarstellungen ablesen
C	Daten sammeln und strukturieren	verschiedene Darstellungsformen für Daten nutzen	Informationen/Kennwerte aus verschiedenen Darstellungsformen vergleichen
D	Daten sammeln und strukturieren (auch Messwerte)	Daten darstellen (auch Messwerte)	weitere Kennwerte von Datenerhebungen bestimmen
E	statistischen Erhebungen nach Vorgaben planen und durchführen	Daten darstellen (auch Kreisdiagramme)	verschiedene Kennwerte zueinander in Beziehung setzen
F	statistische Erhebungen planen und durchführen	Daten darstellen (auch mithilfe von Tabellenkalkulation)	statistische Erhebungen untersuchen
G	statistische Erhebungen unter Nutzung von technischen Medien planen und durchführen	Daten präsentieren	statistische Erhebungen kritisch bewerten
H	---	---	verschiedene Kennwerte interpretieren

Zählstrategien und Wahrscheinlichkeiten		
Zählstrategien anwenden	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bestimmen	
Die Schülerinnen und Schüler können		
A	verschiedene Anordnungen herstellen	das Zufallsgerät Würfel im Spiel erproben
B	Lösungen zu kombinatorischen Fragestellungen durch Aufzählen darstellen	einfache Zufallsexperimente durchführen und Ergebnisse ermitteln
C	Lösungen von kombinatorischen Fragen systematisch darstellen	Ergebnisse bei einstufigen Zufallsexperimenten beschreiben und nach gemeinsamen Eigenschaften zusammenfassen
D	Lösungen zu kombinatorischen Fragen begründen	die relative Häufigkeit von Ergebnissen bei einstufigen Zufallsexperimenten und Spielen inhaltlich einschätzen
E	Baumdiagramme erstellen und nutzen	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei zweistufigen Zufallsexperimenten vergleichen
F	erworbene Kompetenzen vertiefend auf weitere kombinatorische Fragestellungen anwenden	erworbene Kompetenzen vertiefend auf weitere Zufallsexperimente anwenden
G	kombinatorische Überlegungen zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten nutzen	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bestimmen (auch bei mehrstufigen Zufallsexperimenten)
H	Zählstrategien zum Bestimmen von Anzahlen einsetzen	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen ermitteln und vergleichen (auch auf der Basis von Simulationen)

3 Themen und Inhalte

Die fünf Leitideen des Mathematikunterrichts „Zahlen und Operationen“, „Größen und Messen“, „Raum und Form“, „Gleichungen und Funktionen“ sowie „Daten und Zufall“ stellen die Themenfelder dar, die den Unterricht auf jeder Niveaustufe inhaltlich prägen. Sie gliedern sowohl die in Kapitel 2 dargestellten Standards als auch die im Folgenden beschriebenen Inhalte. Die Inhalte wiederum konkretisieren die in Kapitel 2 dargestellten Standards. Die Tabellenstruktur aus Kapitel 2 bleibt dabei erhalten.

Die in den Tabellenspalten untereinanderstehenden Felder stellen das kumulative Lernen auf den verschiedenen Niveaustufen dar. Die Inhalte der vorangehenden Stufen sind in der Regel inhaltliche Voraussetzung für die nachfolgenden Stufen. In der Formulierung „(auch...)“ werden speziell Inhalte genannt, die im Vergleich zu vorhergehenden Stufen hinzukommen.

Die in Stufe B beschriebenen Inhalte sind notwendig zur Erreichung der Kompetenzen in der Schuleingangsphase bzw. Schulanfangsphase. Die Niveaustufe C orientiert sich an den Bildungsstandards der KMK für die Primarstufe. Für den Übergang von der Grundschule in die Integrierte Sekundarschule bzw. in die Oberschule oder das Gymnasium am Ende der Jahrgangsstufe 6 dienen die Inhalte der Niveaustufe D als Orientierung. Die in Stufe G beschriebenen Inhalte sind notwendig zur Erlangung der Kompetenzen für den MSA (in Berlin) bzw. die FOR (in Brandenburg). In Stufe G sind auch die Inhalte zur Erlangung des EBBR (in Berlin) bzw. EBR (in Brandenburg) enthalten. Stufe H beschreibt die Eingangsvoraussetzungen für die zweijährige Form der gymnasialen Oberstufe.

Für Lernende, die den Übergang in die zweijährige gymnasiale Oberstufe anstreben, sind Teile der Niveaustufe F und G bereits in der Doppeljahrgangsstufe 7/8 so zu realisieren, dass auch Stufe H in der Doppeljahrgangsstufe 9/10 vollständig erreicht werden kann.

Die ausgewiesenen Themenbereiche werden für Schülerinnen und Schüler, die wegen einer erheblichen und langandauernden Beeinträchtigung ihres Lern- und Leistungsverhaltens sonderpädagogische Förderung erhalten oder für die sonderpädagogischer Förderbedarf im Förderschwerpunkt Lernen¹ festgestellt wurde, schülerbezogen berücksichtigt. Sie werden entsprechend der Lebensbedeutsamkeit für die Schülerinnen und Schüler ausgewählt. In der Leitidee „Zahlen und Operationen“ werden hierfür Inhalte in der Form „[ggf. ...]“ genannt.

Der Kompetenzerwerb erfolgt in einem permanenten Zusammenspiel von prozess- und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen unter Berücksichtigung der drei verschiedenen Anforderungsbereiche. Die Inhalte sind dabei immer im Kontext prozessbezogener mathematischer Kompetenzen zu sehen. Dabei spielen auch die Vorgaben aus den Basiscurricula zur Sprach- und Medienbildung eine wichtige Rolle. Solche Beziehungen sowie die Vereinbarungen bezüglich der Verwendung der Fachsprache sollten im schulinternen Curriculum sichtbar werden.

Zur Herausbildung einer mathematischen Allgemeinbildung ist es unerlässlich, die Verbindungen und Bezüge der verschiedenen mathematischen Inhalte untereinander aufzuzeigen. Dies sollte nicht nur aus innermathematischer Sicht erfolgen, sondern insbesondere auch durch die Anwendung von mathematischen Methoden in Wissenschaft und Gesellschaft. Die Inhalte der einzelnen Tabellenfelder zu jeder Leitidee sollen deshalb nicht nebeneinander, sondern stets in sinnvoller Verknüpfung – auch über mehrere Leitideen hinweg – unterrichtet werden. Auch dazu sind entsprechende Festlegungen im schulinternen Curriculum erforderlich.

¹ In Brandenburg sind diese Schülerinnen und Schüler dem Bildungsgang Förderschule Lernen gemäß § 30 BbgSchulG zugeordnet.

Die dargestellten mathematischen Inhalte sind auch in passende, für Schülerinnen und Schüler relevante bzw. transparente Sachkontexte einzubetten. Bei der Auswahl der Kontexte sollen die vielfältigen Lebenswelten und der unterschiedliche Stand der Kompetenzentwicklung berücksichtigt werden. Verknüpfungen mit Kontexten anderer Fächer und den übergreifenden Themen sind ggf. zu nutzen. Dazu gehören insbesondere auch Themen in globalen Zusammenhängen, aktuelle Bezüge, Verbraucherbildung, Berufsorientierung u. a. Die verwendeten Kontexte sollen ein gemeinsames Arbeiten auf mehreren Niveaustufen ermöglichen.

Die Unterrichtsgestaltung soll von der gleichberechtigten Teilhabe aller Lernenden, unabhängig von ihrer Herkunft, Kultur, Sprache, Religion, Weltanschauung, ihrer körperlichen und geistigen Potenziale, ihrem Geschlecht, ihrer sexuellen Orientierung, ihrem Alter sowie wirtschaftlichem und sozialem Status geprägt sein. In diesem Sinne leistet das Fach seinen Beitrag dazu, dass Schülerinnen und Schüler sich zunehmend aktiv für einen vorurteilsfreien und respektvollen Umgang der Menschen untereinander einsetzen können.

Der Unterricht muss eine individuelle Lernentwicklung ermöglichen, die z. B. durch Lernbegleitinstrumente wie Lerntagebücher, Kompetenzraster oder Selbsteinschätzungen gestützt wird. Die Verwendung von Diagnoseinstrumenten erhält in diesem Zusammenhang eine erhöhte Bedeutung für eine individualisierte, verständnisorientierte Unterrichtsgestaltung. Auf der Basis der Diagnose ist eine Differenzierung im Mathematikunterricht in vielerlei Hinsicht möglich, z. B. können Arbeitsformen, Zeiten, Umfänge, Anforderungsniveaus sowie Aufgabenformate variiert werden.

Die Kontexte und Inhalte bilden die Grundlage für differenzierte Aufgabenstellungen und eine Materialauswahl, die alle Schülerinnen und Schüler herausfordern. Die Lernenden erhalten Gelegenheit, ihre Fähigkeiten und Fertigkeiten im Umgang mit den Themenbereichen und Inhalten allein und in der Zusammenarbeit mit anderen unter Beweis zu stellen. Sie erfahren dabei, in welchem Maße sie die gesetzten Standards erreichen bzw. was sie tun können, um ihre Kompetenzen zu vertiefen und zu erweitern. Dabei werden u. a. Kooperation, Eigenverantwortlichkeit für das Lernen und Selbstständigkeit gefördert.

Die Organisation vielfältiger Gesprächsanlässe innerhalb der gesamten Lerngruppe ist unerlässlich, um sich z. B. über Denk- und Vorgehensweisen auszutauschen, verschiedene Arbeitsergebnisse zu diskutieren und die Struktur und Verwendung von Arbeitsmaterialien zu besprechen.

In der Auseinandersetzung mit den mathematischen Inhalten und durch die Kommunikation darüber entwickeln die Schülerinnen und Schüler schrittweise individuelle Vorstellungen von mathematischen Begriffen und Zusammenhängen. In dem Maße, wie diese Vorstellungen präziser und komplexer werden, ergibt sich die Notwendigkeit, mathematische Fachbegriffe zu verwenden und übliche Konventionen einzuhalten. Die Lehrkräfte geben ausreichend Gelegenheit zur Kommunikation zwischen Schülerinnen und Schülern und lassen zu, dass diese sowohl in der Umgangssprache als auch in der Fachsprache, in Wort- und Symbolsprache geführt wird. In Erarbeitungsphasen, bei offenen Fragestellungen, Problemlöseprozessen und Untersuchungen mit Kontextbezug ist die Forderung nach vollständiger und korrekter Verwendung der mathematischen Fachsprache nicht immer notwendig.

In einem zeitgemäßen Mathematikunterricht können alle Medien und Hilfsmittel genutzt werden, die für das Lernen und das Anwenden von Mathematik infrage kommen. Besondere Bedeutung haben die Medien und Hilfsmittel, die forschendes oder experimentelles Arbeiten ermöglichen, die Sachverhalte, Zusammenhänge und Beziehungen visuell darstellen oder die im Hinblick auf die Berufswelt besonders wichtig sind. Gleichzeitig leistet der Mathematikunterricht einen Beitrag zur Herausbildung grundlegender Kulturtechniken, z. B. von Handschrift, manuellem Geschick und Kopfrechnen.

3.1 Themenbereich „Zahlen und Operationen“ – Niveaustufen A, B, C

Zahlvorstellungen			
	Zahlen auffassen und darstellen	Zahlen ordnen	Zahlbeziehungen beschreiben
A	<p>schnelles Erfassen von Mengen (z. B. strukturierte Mengenbilder)</p> <p>Übersetzen zwischen kleinen natürlichen Zahlen als Menge und Wort und umgekehrt</p>	<p>Aufsagen der Zahlreihe bis 10</p> <p>Vergleichen (mehr als, weniger als, gleich viel) von Mengen bis 10 (z. B. durch 1:1-Zuordnung der Elemente)</p>	<p>Zerlegen einer Gesamtmenge in Teilmengen</p>
B	<p>Schreiben von Ziffern</p> <p>Auffassen und Darstellen von natürlichen Zahlen bis 100 [ggf. bis 20] als strukturierte Menge, als Bild, als Wort und mit Ziffern</p> <p>Wechsel zwischen den Zahldarstellungen natürlicher Zahlen bis 100 [ggf. bis 20]</p> <p>Bündeln und Entbündeln von Mengen bis 100 [ggf. bis 20]</p> <p>Erkennen von Stellenwerten und Verwenden des Zehnersystems</p> <p>Schätzen von Anzahlen bis 100 [ggf. bis 20]</p>	<p>Zählen bis 100 [ggf. bis 20] in verschiedenen Schritten vorwärts und rückwärts</p> <p>Vergleichen und Ordnen von natürlichen Zahlen bis 100 [ggf. bis 20] stellenweise sowie am Zahlenstrahl und Zahlenstrich (auch mit Relationszeichen)</p> <p>Angeben von Vorgänger, Nachfolger und Nachbarzehnern</p>	<p>Automatisieren der additiven Zahlzerlegungen bis 10 sowie der Ergänzung bis 10</p> <p>additives Zerlegen von natürlichen Zahlen bis 100 [ggf. bis 20]</p> <p>Finden und Beschreiben von Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen gegebenen Zahlen</p> <p>Unterscheiden von geraden und ungeraden Zahlen</p>
C	<p>Darstellen von natürlichen Zahlen bis 1 Mio. [ggf. bis 10 000] als Bild, als Wort, mit Ziffern (auch in der Stellenwerttafel)</p> <p>Wechsel zwischen den Zahldarstellungen natürlicher Zahlen bis 1 Mio. [ggf. bis 10 000]</p> <p>Erklären der Stellenwerte und deren Zusammenhänge mithilfe des Prinzips der wiederholten Bündelung</p> <p>Schätzen von Anzahlen größer als 100 mithilfe von Rastern und Vergleichsmengen</p>	<p>Zählen bis 1 Mio. [ggf. bis 10 000] in verschiedenen Schritten vor- und rückwärts</p> <p>Vergleichen und Ordnen von natürlichen Zahlen bis 1 Mio. [ggf. bis 10 000]</p> <p>Angeben der Nachbarzahlen (Nachbarhunderter, Nachbartausender etc.)</p> <p>Anwenden von Rundungsregeln</p>	<p>Prüfen und Begründen der Teilbarkeit natürlicher Zahlen (z. B. 27 ist nicht durch 5 teilbar, weil beim Teilen ein Rest bleibt)</p> <p>Nutzen der Regeln für die Teilbarkeit durch 2, 5, 10 und 100</p> <p>Angeben von Vielfachen und Teilern einer Zahl</p> <p>Nennen und Erkennen von Quadratzahlen (bis 100)</p>

Operationsvorstellungen und Rechenstrategien		
	Operationsvorstellungen entwickeln	Rechenverfahren und -strategien anwenden
A	Ausführen von Handlungen nach dynamischen Situationsbeschreibungen des Hinzufügens und des Wegnehmens mit Material (z. B. Hinzulegen eines Stifts zu anderen)	Vertauschen der Reihenfolge beim Hinzufügen und Vergleichen der dabei entstandenen Gesamtmengen
B	<p>Entwickeln von Vorstellungen zu den Grundrechenoperationen in dynamischen und statischen Situationen:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zur Addition (Hinzufügen, Vereinigen) – zur Subtraktion (Wegnehmen, Unterschied) – zur Multiplikation (wiederholtes Hinzufügen gleicher Anzahlen, Erfassen multiplikativer Strukturen) – zur Division (Aufteilen, Verteilen) <p>Wechseln zwischen Rechengeschichte, Notation, Handlung und Bild zu den Grundrechenoperationen im Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis 100 [ggf. bis 20]</p> <p>Beschreiben von Zusammenhängen zwischen den vier Grundrechenoperationen im Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis 100 [ggf. bis 20] (z. B. Umkehroperationen)</p>	<p>Beschreiben von Aufgabenfamilien (z. B. $5 + 3 = 8$ $3 + 5 = 8$ $8 - 5 = 3$ $8 - 3 = 5$) unter Nutzung der Umkehroperationen und des Vertauschungsgesetzes (Kommutativgesetz) bei der Addition und Multiplikation</p> <p>Nutzen, Darstellen und Beschreiben operativer Strategien für das (gestützte) Kopfrechnen:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Verdoppeln und Halbieren – Nachbaraufgaben (z. B. Verdoppeln plus eins) – schrittweises Rechnen bei der Addition und Subtraktion über 10 hinaus – Analogien bei gleichartigen Additionen und Subtraktionen (z. B. $12 + 3$ mithilfe von $2 + 3$) – Zerlegungsstrategien <p>flexibles und automatisiertes Lösen der Aufgaben des „kleinen 1+1“ (bis Summe 20)</p> <p>Berechnen von Produkten über auswendig gelernte Kernaufgaben (z. B. $6 \cdot 7 = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 2$)</p> <p>Durchführen von Kontrollrechnungen unter Nutzung der Umkehroperationen</p>
C	<p>Sichern von Vorstellungen zu den Grundrechenoperationen in statischen und dynamischen Situationen im Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis 1 Mio. [ggf. bis 10 000]</p> <p>Wechseln zwischen Rechengeschichte, Notation, Handlung, Bild zu den Grundrechenoperationen im Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis 1 Mio. [ggf. bis 10 000]</p> <p>Darstellen und Beschreiben der Zusammenhänge zwischen den vier Grundrechenoperationen im Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis 1 Mio. [ggf. bis 10 000]</p> <p>Beschreiben der vier Grundrechenoperationen (auch unter Verwendung der Fachbegriffe)</p> <p>Wenden bei Sachaufgaben Rechenoperationen an und beschreiben die Beziehung zwischen der Sache und den einzelnen Lösungsschritten</p>	<p>Nutzen, Darstellen, Beschreiben von Zahlbeziehungen und Rechengesetzen für vorteilhaftes Rechnen und halbschriftliche Rechenverfahren (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz, gleich- und gegensinniges Verändern, „kleines 1x1“ und bekannte Teilbarkeitsregeln)</p> <p>Verknüpfen mehrerer Grundrechenoperationen unter Beachtung der Punkt-vor-Strich-Regel und der Klammerregeln im Bereich der natürlichen Zahlen</p> <p>Nutzen der Teilbarkeitsregeln (für 2, 5, 10 und 100)</p> <p>situationsangemessenes Verwenden von bekannten Rechenverfahren und -strategien (z. B. Analogien, Zerlegungsstrategien)</p> <p>flexibles automatisiertes Lösen der Aufgaben des „kleinen 1x1“</p> <p>Ausführen der schriftlichen Rechenverfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation sowie Beschreiben und Erklären einzelner Rechenschritte in nachvollziehbarer Weise</p> <p>Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Rechenergebnissen</p>

Themenbereich „Zahlen und Operationen“ – Niveaustufen D, E

Zahlvorstellungen			
	Zahlen auffassen und darstellen	Zahlen ordnen	Zahlbeziehungen beschreiben
D	<p>Beschreiben der Anteile von Ganzen als gemeine Brüche und Abgrenzen von Verhältnissen</p> <p>Übersetzen von gebrochenen Zahlen (gemeine Brüche und Dezimalzahlen) zwischen Bild, Wort und Symbol</p> <p>Erweitern der Stellenwerttafel (nach rechts)</p> <p>Kürzen und Erweitern von Brüchen</p> <p>Verwenden gemischter Zahlen nur in Alltagszusammenhängen</p>	<p>Anordnen von gebrochenen Zahlen am Zahlenstrahl</p> <p>Vergleichen und Ordnen von gemeinen Brüchen durch direktes Vergleichen, gleichnamig Machen und am Zahlenstrahl</p> <p>Vergleichen und Ordnen von Dezimalzahlen stellenweise und am Zahlenstrahl</p> <p>Runden von Dezimalzahlen</p> <p>Erklären der Dichtheit der gebrochenen Zahlen auch am Zahlenstrahl (im Sinne von: Zwischen zwei gebrochenen Zahlen ist immer noch eine weitere.)</p>	<p>Nutzen der Teilbarkeitsregeln (auch für die Teiler 3, 4, 6, 9, 25 und 50) zum Prüfen natürlicher Zahlen auf Teilbarkeit</p> <p>Erkennen von Primzahlen</p> <p>Angeben von Vielfachen großer Zahlen</p> <p>Angeben gemeinsamer Teiler und Vielfache zweier natürlicher Zahlen</p> <p>Erläutern der Notwendigkeit der Zahlenbereichserweiterung bezüglich der gebrochenen Zahlen anhand von Beispielen</p> <p>Beschreiben von Zahlbeziehungen innerhalb eines Zahlenbereiches (auch unter dem Aspekt der Teilbarkeit) und zwischen natürlichen und gebrochenen Zahlen</p>
E	<p>Beschreiben von Prozenten als weitere Darstellungsform für gebrochene Zahlen</p> <p>Identifizieren von negativen Zahlen (negative ganze Zahlen und negative gebrochene Zahlen) und Verknüpfen mit Alltagssituationen</p> <p>Darstellen von rationalen Zahlen mit Ziffern und an der Zahlengeraden (Erweiterung des Zahlenstrahls zur Zahlengeraden)</p> <p>Darstellen des Ergebnisses einer Division als gebrochene Zahl und als Dezimalzahl (auch periodische Dezimalzahlen)</p> <p>Unterscheiden von Vorzeichen bei rationalen Zahlen und Rechenzeichen</p>	<p>Vergleichen und Ordnen von</p> <ul style="list-style-type: none"> – Prozentangaben – rationalen Zahlen <p>Runden von rationalen Zahlen</p> <p>Erklären der Dichtheit der rationalen Zahlen auch an der Zahlengeraden</p>	<p>Beschreiben der Beziehung zwischen Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert</p> <p>Verwenden von Betrag und Gegenzahl</p> <p>Erläutern die der Notwendigkeit der Zahlenbereichserweiterung bezüglich der negativen Zahlen anhand von Beispielen</p> <p>Beschreiben der Beziehung zwischen der Menge der ganzen Zahlen und der Menge der natürlichen Zahlen</p>

Operationsvorstellungen und Rechenstrategien	
Operationsvorstellungen entwickeln	Rechenverfahren und -strategien anwenden
<p>D</p> <p>Zuordnen der Vorstellungen der Anteilbildung zur Multiplikation und der des Aufteilens zur Division im Bereich der gebrochenen Zahlen</p> <p>Wechseln zwischen Sachverhalt, Notation, Handlung, Bild zu den Grundrechenoperationen im Bereich der gebrochenen Zahlen</p> <p>Prüfen der Übertragbarkeit der bisherigen Vorstellungen zu den Grundrechenoperationen auf den Bereich der gebrochenen Zahlen</p> <p>Unterscheiden zwischen Erweitern und Vervielfachen bzw. Kürzen und Dividieren eines Bruches</p> <p>Verwenden von gebrochenen Zahlen als Operator (z. B. zwei Drittel von 60 Euro)</p>	<p>Prüfen und Übertragen der operativen Strategien und der schriftlichen Rechenverfahren für Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division natürlicher Zahlen auf das Rechnen mit gebrochenen Zahlen</p> <p>situationsangemessenes Verwenden der Kopfrechenstrategien und der Rechenverfahren</p> <p>Verknüpfen mehrerer Grundrechenoperationen unter Beachtung der Punkt-vor-Strich-Regel und der Klammerregeln im Zahlenbereich der gebrochenen Zahlen</p> <p>Ausführen der schriftlichen Rechenverfahren für natürliche Zahlen (auch der Division mit ausgewählten zweistelligen Divisoren)</p> <p>Darstellen, Ausführen und Beschreiben des Rechnens mit gemeinen Brüchen, z. B. mithilfe des Bruchstreifens</p> <p>Angeben von Ergebnissen mit sinnvoller Genauigkeit (auch bei Dezimalzahlen)</p> <p>Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Rechenergebnissen (auch im Bereich der gebrochenen Zahlen)</p>
<p>E</p> <p>Erweiterung der Vorstellungen zu den Grundrechenoperationen im Bereich der rationalen Zahlen im Sinne von:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Addition und Subtraktion als Änderung eines Zustandes – Addition als Zusammenfassung von mehreren Änderungen – Subtraktion als Unterschied (z. B. Abstand zwischen -2 und 5) – Subtraktion als Addition der Gegenzahl – Multiplikation mit (-1) als Inversion (Spiegelung am Nullpunkt) – Division als Multiplikation mit dem Kehrwert der rationalen Zahl <p>Wechseln der Darstellungsformen (Sachkontexte, Notation, Bild) zu den Grundrechenoperationen im Bereich der rationalen Zahlen</p> <p>Nutzen von Prozentsätzen als Operatoren</p>	<p>Nutzen, Darstellen und Beschreiben von Strategien und Gesetzen bei der Prozentrechnung, z. B. mithilfe des Prozentstreifens (auch Dreisatz und Verhältnisgleichungen)</p> <p>Prüfen und Übertragen der bekannten operativen Strategien, Gesetze und Verfahren auf das Rechnen mit rationalen Zahlen (auch unter Verwendung eines Taschenrechners)</p> <p>Durchführen von einfachen Rechnungen und Überschlagsrechnungen mit rationalen Zahlen im Kopf</p> <p>Angeben von Ergebnissen mit sinnvoller Genauigkeit (auch beim Rechnen mit rationalen Zahlen)</p> <p>Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Rechenergebnissen (auch im Bereich der rationalen Zahlen)</p>

Themenbereich „Zahlen und Operationen“ – Niveaustufen F, G, H

Zahlvorstellungen			
	Zahlen auffassen und darstellen	Zahlen ordnen	Zahlbeziehungen beschreiben
F	<p>Darstellen von Potenzen, insbesondere Zehnerpotenzen mit natürlichem Exponenten</p> <p>Darstellen von rationalen Zahlen (auch mithilfe von Zehnerpotenzen mit natürlichen Exponenten)</p>	<p>Vergleichen und Ordnen von rationalen Zahlen (auch Potenzen mit natürlichen Exponenten)</p> <p>Runden von rationalen Zahlen (auch in Potenzschreibweise)</p>	<p>Beschreiben der Beziehung der Menge der rationalen Zahlen zu allen bereits bekannten Zahlenbereichen</p>
G	<p>Nennen von Pi und einiger Quadratwurzeln natürlicher Zahlen als Beispiele für irrationale Zahlen</p> <p>Angeben von Näherungswerten für reelle Zahlen</p>	<p>Vergleichen und Ordnen von reellen Zahlen über Näherungswerte</p> <p>sachgerechtes Runden von reellen Zahlen</p>	<p>Untersuchen und Beschreiben der Teilmengenbeziehungen aller bisher bekannten Zahlenbereiche</p> <p>Erweitern der bisher behandelten Zahlenbereiche auf die reellen Zahlen</p>
H	<p>angemessenes Verwenden ganzer, rationaler und reeller Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen</p> <p>situationsangemessenes Darstellen von Zahlen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise</p>	<p>Beschreiben und Reflektieren eines Verfahrens zur Einschachtelung von Quadratwurzeln oder Pi (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p>	---

Operationsvorstellungen und Rechenstrategien		
	Operationsvorstellungen entwickeln	Rechenverfahren und -strategien anwenden
F	<p>Darstellen und Beschreiben von Potenzen mit natürlichem Exponenten als fortgesetzte Multiplikation</p> <p>Beschreiben von Quadrat- und Kubikwurzel als Umkehrung der Potenzschreibweise</p>	<p>Nutzen, Darstellen und Beschreiben von Strategien und Gesetzen bei der Prozentrechnung (auch im Zusammenhang mit Rabatt und Zinsen, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Rechenergebnissen im Bereich der rationalen Zahlen (auch im Zusammenhang mit der Prozentrechnung)</p>
G	<p>Wechseln der Darstellungsform für Ausdrücke der Form $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$</p> <p>Erklären des Zusammenhangs zwischen Potenzieren und Radizieren</p>	<p>Prüfen und Übertragen der bekannten operativen Strategien und Verfahren auf das Rechnen mit reellen Zahlen</p> <p>Nutzen des Zusammenhangs $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, um Potenzen mit negativen Exponenten auf bekannte Strukturen zurückzuführen</p> <p>Nutzen, Darstellen und Beschreiben der Potenzgesetze für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten</p> <p>Ausführen von Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf unter Nutzung von Rechengesetzen zum vorteilhaften Rechnen (auch im Bereich der reellen Zahlen)</p>
H	<p>Wechseln der Darstellungsform für Ausdrücke der Form $\sqrt[d]{a^c} = a^{\frac{c}{d}}$</p> <p>Umformen von Potenzen in Logarithmen und umgekehrt</p>	<p>Zusammenfassen von Termen mit Wurzeln unter Nutzung der Potenzgesetze</p> <p>Begründen der Wurzelgesetze mithilfe der Potenzgesetze</p> <p>Nutzen des Taschenrechners zur Bestimmung von Logarithmen</p>

3.2 Themenbereich „Größen und Messen“ – Niveaustufen A, B, C

Größenvorstellungen und Messen		
	Vorstellungen zu Größen und ihren Einheiten nutzen	Größenangaben bestimmen
A	<p>einander Zuordnen von Messinstrumenten und Situationen der unmittelbaren Lebenswirklichkeit (z. B. Lineal und Tischlänge)</p>	<p>direktes Vergleichen von Längen (länger als, kürzer als, gleich lang)</p>
B	<p>Unterscheiden zwischen Angaben der Länge, der Zeit und des Geldes</p> <p>situationsangemessenes Verwenden der Einheiten</p> <ul style="list-style-type: none"> – Meter (m) und Zentimeter (cm) – Jahr, Monat, Woche, Tag, Stunde (h) und Minute (min) – Euro (€) und Cent (ct) <p>Zuordnen von Größenangaben zu vertrauten Objekten (Repräsentanten) in den oben genannten Einheiten (Stützpunktvorstellungen)</p> <p>Umwandeln und Ordnen von Größenangaben mit den oben genannten Einheiten und Darstellen in unterschiedlichen Schreibweisen (ohne Dezimalschreibweise)</p> <p>Unterscheiden zwischen Zeitpunkt und Zeitspanne</p> <p>Darstellen von Geldbeträgen in unterschiedlicher Stückelung (auch unter Verwendung verschiedener Münzen und Scheine)</p>	<p>indirektes Vergleichen mithilfe von selbst gefertigten Messinstrumenten</p> <ul style="list-style-type: none"> – von Längen (z. B. durch Messen) mit Stiften, Fäden o. Ä. und selbst gefertigten Linealen – von Zeitspannen (z. B. mithilfe eines Pendels) <p>Beschreiben des Messens als multiplikativen Vergleich (z. B. $5 \text{ cm} = 5 \cdot 1 \text{ cm}$)</p> <p>Messen von Längen und Ablesen von Zeitpunkten (Minute, volle Stunde, halbe Stunde, viertel Stunde) mithilfe von genormten Messinstrumenten (z. B. Lineal bzw. Uhr)</p> <p>Nutzen von Repräsentanten (Stützpunktvorstellungen) und Rechenoperationen beim Schätzen von Längen</p>
C	<p>Unterscheiden verschiedener Größenangaben (auch Massen und Hohlmaße)</p> <p>situationsangemessenes Verwenden von Einheiten</p> <ul style="list-style-type: none"> – auch Millimeter (mm), Dezimeter (dm), Kilometer (km) – auch Sekunde (s) – auch Tonne (t), Kilogramm (kg), Gramm (g) – auch Milliliter (ml), Liter (l) <p>Zuordnen von Größenangaben zu vertrauten Objekten (Repräsentanten) in den oben genannten Einheiten (Stützpunktvorstellungen)</p> <p>Umwandeln und Ordnen von Größenangaben mit den oben genannten Einheiten und Darstellen in unterschiedlichen Schreibweisen (ohne Dezimalschreibweise)</p> <p>Nutzen von gebräuchlichen Bruchzahlen (halb, viertel, drei viertel) bei Größenangaben</p> <p>Erkennen des Umfangs einer Figur als Länge</p> <p>Verwenden von Größenangaben in sinnvoller Genauigkeit</p>	<p>direktes und indirektes Vergleichen von Größen (auch von Massen; z. B. mithilfe der Bügelwaage)</p> <p>Ermitteln des Umfangs von geradlinigen ebenen Figuren durch Auszählen von Einheitslängen</p> <p>Ermitteln des ungefähren Flächeninhalts von geradlinigen ebenen Figuren durch Auszählen von Einheitsflächen</p> <p>näherungsweise Bestimmen von Volumina durch Auffüllen mit Einheitswürfeln</p> <p>Angeben von Volumina in Hohlmaßen</p> <p>sinnvolles Auswählen und Nutzen von Messinstrumenten zum Messen von Größen</p> <p>Erklären von Einheiten und Untereinheiten zur Beschreibung einer entsprechenden Skala (z. B. am Lineal und an der Uhr)</p> <p>Nutzen von Repräsentanten (auch beim Schätzen von Masseangaben)</p>

Rechnen mit Größen	
Größen in Sachzusammenhängen berechnen	
A	---
B	<p>Berechnen von Summen und Differenzen ganzzahliger Größenangaben zu Längen und Geldbeträgen innerhalb einer Einheit, insbesondere in Sachkontexten</p> <p>Berechnen von Zeitspannen als Differenz von zwei Zeitpunkten innerhalb einer Einheit (auch an der Zeitleiste und am Kalender)</p> <p>Prüfen von Ergebnissen auf Plausibilität über Stützpunktvorstellungen</p>
C	<p>Berechnen von Größenangaben (auch von Massen und Hohlmaßen und auch in verschiedenen Einheiten), insbesondere in Sachkontexten (z. B. Zeitspannen)</p> <p>Ermitteln des Umfangs von ebenen Figuren durch Addition der einzelnen ausgemessenen Seitenlängen</p> <p>kritisches Bewerten der Lösungen von Sachaufgaben unter Bezugnahme von Stützpunktvorstellungen</p> <p>Ermitteln annähernder Ergebnisse beim Rechnen mit Größen durch Überschlagsrechnung</p>

Themenbereich „Größen und Messen“ – Niveaustufen D, E

Größenvorstellungen und Messen	
Vorstellungen zu Größen und ihren Einheiten nutzen	Größenangaben bestimmen
<p>Unterscheiden verschiedener Größen (auch Flächeninhalt, Volumen und Winkel) situationsangemessenes Verwenden der Einheiten</p> <ul style="list-style-type: none"> – auch mm^2, cm^2, dm^2, m^2 – auch mm^3, cm^3, dm^3, m^3, ml und l – auch Grad ($^\circ$) <p>Zuordnen von Größenangaben zu vertrauten Objekten (Repräsentanten) in den oben genannten Einheiten</p> <p>Umwandeln und Ordnen von Einheiten bekannter Größen und Darstellen in unterschiedlichen Schreibweisen (auch unter Anwendung der Dezimalschreibweise)</p> <p>Erfassen und Bilden von Bruchteilen von Größen (in gemeinen Brüchen und Dezimalzahlen)</p> <p>Erklären von Größenangaben mit Dezimalzahlen mithilfe der erweiterten Stellenwerttafeln sowie durch Zerlegen in Einheiten und Untereinheiten</p> <p>Unterscheiden zwischen Fläche und Umfang von Figuren</p> <p>Unterscheiden zwischen Oberflächeninhalt und Volumen von Körpern</p>	<p>näherungsweise Bestimmen von Umfängen und Flächeninhalten (auch bei nichtgeradlinig begrenzten Figuren) z.B. durch Auszählen von Einheitslängen bzw. -flächen</p> <p>näherungsweise Bestimmen von Volumina durch Auffüllen mit Einheitswürfeln</p> <p>Messen von Größen (auch von Volumina sowie von spitzen, gestreckten und stumpfen Winkeln)</p> <p>Angeben von Volumina in Hohlmaßen und dezimalen Einheiten</p> <p>Angeben von Flächeninhalten und Volumina in dezimalen Einheiten</p> <p>Angeben der Winkelgrößen im Gradmaß</p> <p>Erklären und Nutzen verschiedener Skalen (auch für ml, l und Grad)</p> <p>Bewerten von Messergebnissen im Hinblick auf die Sachkontexte</p> <p>Nutzen der Repräsentanten (auch beim Schätzen von Flächen- und Volumenangaben und Winkelgrößen)</p>
<p>situationsangemessenes Verwenden von Größen und ihren Einheiten (auch a, ha, km^2)</p> <p>Zuordnen von Größenangaben zu vertrauten Objekten (Repräsentanten) (auch a, ha, km^2)</p> <p>Umwandeln und Ordnen von Einheiten bekannter Größen und Darstellen in unterschiedlichen Schreibweisen (auch a, ha, km^2)</p> <p>Nutzung der Zusammenhänge zum Umrechnen von Einheiten</p> <ul style="list-style-type: none"> – der Länge – des Flächeninhalts – des Volumens – des Geldes – der Masse – der Zeit 	<p>Entnehmen von Maßen an Körpern aus verschiedenen Darstellungen, z. B. Skizzen und Zeichnungen (auch unter Verwendung des Maßstabs)</p> <p>Anwenden des Grundprinzips des Messens in der Umwelt Durchführen von Messungen in der Umwelt, auch mithilfe digitaler Medien (als Informationsquelle oder Messinstrument)</p> <p>Entnehmen von Maßangaben aus Quellenmaterial</p> <p>Angeben von Größen mit sinnvoller Genauigkeit</p> <p>Nutzen von Repräsentanten beim Schätzen von Größen</p>

Rechnen mit Größen	
	Größen in Sachzusammenhängen berechnen
D	<p>Berechnen von Größenangaben (auch von Flächeninhalten, Volumina und Winkeln und auch in Dezimalschreibweise), insbesondere in Sachkontexten und auch mithilfe von Näherungsrechnungen</p> <p>Berechnen des Umfangs von Vielecken durch Addition der Seitenlängen</p> <p>Berechnen des Flächeninhalts von aus Rechtecken zusammengesetzten Flächen durch Addition der Flächeninhalte der Teilflächen (auch Oberflächeninhalt von Quadern)</p> <p>Nutzen und Begründen eines Rechenverfahrens zur Bestimmung des Flächeninhalts von Rechtecken</p> <p>Berechnen des Volumens von aus Quadern zusammengesetzten Körpern durch Addition der Volumina der Teilkörper</p> <p>Nutzen und Begründen eines Rechenverfahrens zur Bestimmung des Volumens von Quadern</p> <p>Bewerten von Rechenergebnissen in Bezug auf die Sachsituation</p>
E	<p>Verwenden von Größenangaben in Rechnungen (auch Geschwindigkeiten, Dichten)</p> <p>Nutzen von Beziehungen zwischen maßstäblich veränderten ebenen geometrischen Objekten, um Maße zu ermitteln (z. B. Rechnen mit Maßstäben)</p> <p>Berechnen des Umfangs von beliebigen geradlinig begrenzten Figuren, Kreisen und Kreisteilen (auch unter Verwendung von Pi)</p> <p>Berechnen des Flächeninhalts von Dreiecken, Vierecken, Kreisen auf der Basis von Zerlegungen und Ergänzungen (auch mithilfe von Formelsammlungen)</p> <p>Begründen der Flächeninhaltsformeln für Parallelogramme und Dreiecke nach dem Prinzip „Grundseite mal Höhe“ auf der Basis von Zerlegungen und Ergänzungen</p> <p>Berechnen des Volumens von geraden Prismen und Kreiszyindern nach dem Prinzip „Grundfläche mal Höhe“ und des Oberflächeninhalts nach dem Prinzip „Addition der Teilflächeninhalte“</p> <p>kritisches Bewerten von Rechenergebnissen in Bezug auf die Sachsituation Durchführen von Berechnungen und Bewerten der Ergebnisse sowie des gewählten Weges in Bezug auf die Sachsituation</p> <p>Angaben von Rechenergebnissen in sinnvoller Genauigkeit</p> <p>Verwenden des Satzes von Pythagoras zur Berechnung von Streckenlängen in rechtwinkligen Dreiecken (auch an Körpern und mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Verwenden der Umkehrung des Satzes des Pythagoras zur Identifizierung von rechtwinkligen Dreiecken</p>

Themenbereich „Größen und Messen“ – Niveaustufen F, G, H

Größenvorstellungen und Messen		
	Vorstellungen zu Größen und ihren Einheiten nutzen	Größenangaben bestimmen
F	<p>situationsangemessenes Verwenden von Größen und ihren Einheiten (auch unter Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen von Milli bis Kilo)</p> <p>Umwandeln und Ordnen von Einheiten bekannter Größen und Darstellen in unterschiedlichen Schreibweisen (auch unter Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen)</p> <p>Nutzung der Zusammenhänge zum Umrechnen von Einheiten (auch unter Nutzung von Zehnerpotenzen)</p>	<p>Bestimmen von Größen, besonders in berufsorientierten Kontexten</p> <p>Angeben und Schätzen von Größen mit sinnvoller Genauigkeit, besonders in berufsorientierten Kontexten</p>
G	<p>situationsangemessenes Nutzen von Einheiten zu Größen (auch bei sehr großen und sehr kleinen Größenangaben)</p> <p>Erweiterung der Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen von Nano bis Tera im Anwendungsbezug</p> <p>Systematisierung der bisherigen Kenntnisse über Größen und ihre Einheiten sowie die Beziehungen zwischen den verschiedenen Größen (auch aus verschiedenen Unterrichtsfächern) unter Einbeziehung der Zehnerpotenzen</p>	<p>Entnehmen von Maßen und Lagebeziehungen an Körpern aus verschiedenen Darstellungen (auch aus technischen Zeichnungen, z. B. Zweitafelprojektionen)</p>
H	<p>Beschreiben des Zusammenhangs zwischen Bogen- und Gradmaß am Einheitskreis</p> <p>Umrechnen von Winkeln im Gradmaß ins Bogenmaß und umgekehrt</p>	<p>näherungsweise Bestimmen von Flächeninhalt und Umfang krummlinig begrenzter ebener Figuren</p>

Rechnen mit Größen	
Größen in Sachzusammenhängen berechnen	
F	<p>Vertiefen der Kompetenzen zum Rechnen mit Größen im Zusammenhang mit berufsorientierten Kontexten</p> <p>Berechnen des Flächeninhaltes von aus Dreiecken, Vierecken und Kreisen zusammengesetzten ebenen Figuren auf der Basis von Zerlegungen und Ergänzungen (auch mithilfe von Formelsammlungen)</p> <p>Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern (auch von geraden quadratischen Pyramiden, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Berechnen des Volumens zusammengesetzter Körper unter Verwendung des Zerlegungs- und Ergänzungsprinzips</p> <p>kritisches Bewerten von Rechenergebnissen sowie Angabe von Rechenergebnissen mit sinnvoller Genauigkeit im Zusammenhang mit berufsorientierten Kontexten</p>
G	<p>Berechnen von Winkelgrößen und Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken mithilfe von Sinus, Kosinus und Tangens (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Berechnen von Winkelgrößen und Seitenlängen in beliebigen Dreiecken durch Zerlegung in rechtwinklige Teildreiecke</p> <p>Berechnen des Volumens von Körpern (auch von geraden Pyramiden, geraden Kreiskegeln und von Kugeln)</p> <p>Berechnen des Oberflächeninhalts von Körpern (auch gerade Pyramiden, gerade Kegel und Kugeln, und auch unter Nutzung trigonometrischer Beziehungen und mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Berechnen des Volumens und des Oberflächeninhaltes zusammengesetzter Körper mithilfe des Zerlegungs- und Ergänzungsprinzips (auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und von Formelsammlungen)</p> <p>Nutzen des Sinussatzes, um in beliebigen Dreiecken Winkelgrößen und Seitenlängen zu bestimmen</p> <p>Nutzen des Kosinussatzes, um in beliebigen Dreiecken Seitenlängen zu bestimmen</p>
H	<p>Berechnen des Volumens schiefer Prismen, Zylinder und Pyramiden unter Nutzung des Satzes von Cavalieri (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Nutzen des Kosinussatzes, um in beliebigen Dreiecken auch Winkelgrößen zu bestimmen</p>

3.3 Themenbereich „Raum und Form“ – Niveaustufen A, B, C

Geometrische Objekte			
	Geometrische Objekte und ihre Eigenschaften beschreiben	Beziehungen zwischen geometrischen Objekten beschreiben	Geometrische Objekte darstellen
A	<p>Wiedererkennen von realen Objekten in der Umwelt, die wie ein Würfel, ein Quader, eine Kugel aussehen</p> <p>Wiedererkennen und Benennen der ebenen geometrischen Grundformen Viereck, Kreis und Dreieck</p>	<p>Unterscheiden und Benennen der räumlichen Lage von Objekten mit Präpositionen (z. B. auf, in, am, vor, neben)</p>	<p>Kneten von Körperformen</p> <p>Nachfahren von Linien in geometrischen Grundformen</p> <p>Falten und Schneiden von Dreiecken und Vierecken</p> <p>Auslegen von strukturierten Figuren</p>
B	<p>Erkennen, Benennen und Beschreiben geometrischer Objekte (Kugel, Würfel, Quader sowie Dreieck, Viereck, Quadrat, Rechteck, Kreis) in der Umwelt und am Modell unter Nennung einzelner Merkmale</p> <p>Erkennen und Benennen von Ecken, Kanten, Seiten, Strecken und Punkten und deren Nutzung zur Beschreibung von geometrischen Objekten</p> <p>Erkennen von rechten Winkeln (z. B. mithilfe von Faltwinkeln)</p> <p>Erkennen von spiegel-symmetrischen Figuren durch Falten und Spiegeln</p>	<p>Beschreiben von Lagebeziehungen von Objekten (auch unter Verwendung von „links von“, „rechts von“, „innen“, „außen“, „zwischen“)</p> <p>Beschreiben von Körpern mithilfe ihrer Begrenzungsflächen</p>	<p>Herstellen und Ergänzen von Würfelbauten</p> <p>Formen, Bauen, Falten von Körpern aus verschiedenen Materialien</p> <p>Legen, Zerlegen, Auslegen, Zusammensetzen, Falten, Schneiden, Spannen, Drucken ebener Figuren</p> <p>Zeichnen ebener Figuren frei Hand und mithilfe von Zeichengeräten (Lineal, Geodreieck, Schablone) überwiegend auf Rasterpapier</p> <p>Ergänzen von ebenen Figuren zu achsensymmetrischen Figuren durch Zeichnen (auf Rasterpapier), Legen und Drucken</p>
C	<p>Erkennen, Benennen und Beschreiben geometrischer Körper (Kugel, Würfel, Quader) in der Umwelt und am Modell unter Verwendung wesentlicher Merkmale</p> <p>Erkennen, Benennen und Beschreiben ebener Figuren (auch Parallelogramm, Trapez, Drachenviereck, Raute) in der Umwelt und am Modell unter Verwendung wesentlicher Merkmale (auch Symmetrie sowie Radius, Durchmesser)</p> <p>Unterscheiden von Strecken, Strahlen und Geraden</p> <p>Erkennen und Beschreiben von symmetrischen Figuren (auch dreh- und verschiebe-symmetrische Figuren)</p>	<p>Beschreiben der Lagebeziehungen von Objekten (auch Orientierung auf Karten, Stadtplänen und Lageskizzen)</p> <p>Beschreiben der Lagebeziehung von Geraden und Strecken (auch als Kanten)</p> <p>Beschreiben der Lage- und Größenbeziehungen gegenüberliegender bzw. angrenzender Seiten oder Flächen bei ebenen oder räumlichen geometrischen Objekten (auch Erkennen von Würfel- und Quadernetzen)</p> <p>Beschreiben der Beziehung zwischen Würfel und Quader</p> <p>Beschreiben der Beziehungen zwischen Vierecken (Haus der Vierecke)</p>	<p>Herstellen von Bauplänen und Ansichten, z. B. zu Würfelbauten</p> <p>Herstellen von Modellen von Quadern und Würfeln (auch Kantenmodelle)</p> <p>Herstellen von Würfel- und Quadernetzen</p> <p>Herstellen ebener Figuren (z. B. Spannen von Drachenvierecken)</p> <p>Zeichnen ebener Figuren frei Hand und mithilfe von Zeichengeräten (Lineal, Geodreieck, Zirkel) überwiegend auf Blankopapier</p> <p>Zeichnen von Senkrechten und Parallelen mithilfe des Geodreiecks</p> <p>Herstellen von achsensymmetrischen Figuren (z. B. Zeichnen auf Rasterpapier)</p>

Geometrische Abbildungen		
	Geometrische Abbildungen und ihre Eigenschaften nutzen	Geometrische Abbildungen ausführen
A	<p>Finden von deckungsgleichen ebenen Figuren durch Aufeinanderlegen und Begründen mit Formulierungen wie „passt genau aufeinander“ und „passt nicht genau aufeinander“</p> <p>Finden von geringfügigen Abweichungen (z. B. auf zwei Bildern oder Bauten)</p>	<p>Nachahmen von Bewegungen mit dem eigenen Körper bzw. mit Objekten</p> <p>Anordnen von Objekten nach realen oder bildlichen Vorgaben</p>
B	<p>umgangssprachliches Beschreiben von räumlichen und ebenen Bewegungen (Verschieben, Drehen, Spiegeln), die selbst, mit anderen oder mit Objekten ausgeführt werden</p> <p>Vergleichen von Original und Bild</p>	<p>Ausführen von Bewegungen (selbst, mit anderen oder mit Objekten) nach mündlichen, bildlichen und schriftlichen Anweisungen</p> <p>Erzeugen von Spiegelbildern (z. B. mit dem Spiegel, durch Klecksen)</p>
C	<p>Erkennen und Benennen gespiegelter, verschobener und gedrehter ebener Figuren</p> <p>Beschreiben ausgewählter Eigenschaften von Spiegelungen an Geraden</p> <p>Vergleichen von achsensymmetrischen und gespiegelten Figuren</p> <p>Erkennen und Begründen von vergrößerten und verkleinerten Figuren</p>	<p>Herstellen von Würfelbauten nach Vorgaben (z. B. nach Ansichten, Bauplänen und Schrägbildern, sowie mit digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Herstellen von schubsymmetrischen Figuren (z. B. von Bandornamenten)</p> <p>Zeichnen von Spiegelbildern auf Rasterpapier</p> <p>Vergrößern und Verkleinern von ebenen Figuren auf Rasterpapier</p> <p>Gedankliches Operieren mit geometrischen Objekten, z. B. Kippen, Aufklappen, Spiegeln und Verschieben</p>

Themenbereich „Raum und Form“ – Niveaustufen D, E

Geometrische Objekte		
Geometrische Objekte und ihre Eigenschaften beschreiben	Beziehungen zwischen geometrischen Objekten beschreiben	Geometrische Objekte darstellen
<p>D</p> <p>Erkennen, Benennen und Beschreiben gerader geometrischer Körper (auch Zylinder, Prismen, Kegel, Pyramiden) in der Umwelt und am Modell unter Verwendung wesentlicher Merkmale</p> <p>Erkennen und Beschreiben der Eigenschaften von Winkeln und Dreiecken</p> <p>Erkennen und Beschreiben von Symmetrien (auch in Modellen von geometrischen Körpern)</p>	<p>Beschreiben von Lagebeziehungen (auch mithilfe von Gitternetzen und Koordinaten)</p> <p>Beschreiben von Winkelbeziehungen an geschnittenen Geraden bzw. Parallelen sowie in Dreiecken (Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufenwinkel, Innenwinkel) und Nutzen für Argumentationen</p> <p>Beschreiben von Lage- und Größenbeziehungen ebener Figuren an räumlichen Objekten (auch Erkennen weiterer Körpernetze)</p> <p>Beschreiben der Beziehungen zwischen den bekannten Körperformen</p> <p>Systematisieren von Winkeln bzw. von Dreiecken nach Winkelgrößen und Seitenlängen</p>	<p>Herstellen von Modellen geometrischer Körper (auch Prismen)</p> <p>Zeichnen von ebenen Figuren im Koordinatensystem (1. Quadrant)</p> <p>Zeichnen von Winkeln und ebenen Figuren mithilfe von Zeichengeräten (Lineal, Geodreieck, Zirkel und dynamischer Geometriesoftware)</p> <p>Skizzieren der Schrägbilder von Würfeln und Quadern auf Rasterpapier</p>
<p>E</p> <p>Erkennen und Beschreiben geometrischer Strukturen in der Umwelt und im Modell</p> <p>Beschreiben weiterer Eigenschaften der Dreiecksarten (z. B. Symmetrie)</p> <p>Beschreiben von Eigenschaften (auch Größenangaben) von geraden Prismen und Zylindern</p> <p>Beschreiben besonderer Linien in Dreiecken und Körpern (z. B. Höhe, Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte)</p>	<p>Untersuchen und Beschreiben der Größenbeziehungen in ebenen geometrischen Figuren (auch Innenwinkelsumme von Vielecken)</p> <p>Beschreiben von Lage- und Größenbeziehungen geometrischer Objekte (auch unter Nutzung der Sätze des Satzes von Thales und des Satzes von Pythagoras)</p> <p>Nutzen von Lage- und Größenbeziehungen zum Formulieren von Aussagen zur Lösbarkeit bei der Konstruktion von Dreiecken (z. B. mithilfe der Dreiecksungleichung)</p>	<p>Herstellen von Modellen gerader geometrischer Körper (auch Kreiszyylinder)</p> <p>Zeichnen von Figuren im Koordinatensystem (vier Quadranten, auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware)</p> <p>Zeichnen von Netzen und Schrägbildern gerader Prismen (auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware)</p> <p>Skizzieren von Netzen und Schrägbildern von Kreiszy lindern</p> <p>Konstruieren zueinander paralleler bzw. senkrechter Geraden, von Mittelsenkrechten unter Verwendung von Geodreieck und Zirkel</p> <p>Konstruieren von Mittelsenkrechten, Höhen und Seitenhalbierenden in Dreiecken</p> <p>Konstruieren von Dreiecken nach den Kongruenzsätzen</p>

Geometrische Abbildungen		
	Geometrische Abbildungen und ihre Eigenschaften nutzen	Geometrische Abbildungen ausführen
D	<p>Erkennen und Benennen von kongruenten Figuren</p> <p>Beschreiben der Beziehungen zwischen Original- und Bildfigur (Längen- und Winkel-treue) bei Kongruenzabbildungen (auch Drehungen und Verschiebungen)</p>	<p>Herstellen von Parketten durch Zeichnen und Legen von Figuren</p> <p>Zeichnen von Spiegelungen und Verschiebungen (auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware)</p>
E	<p>Erkennen und Benennen kongruenter und ähnlicher ebener geometrischer Objekte anhand ihrer Eigenschaften</p> <p>Beschreiben der Eigenschaften (auch Längenverhältnisse) von Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen</p>	<p>Zeichnen von kongruenten sowie maßstäblich vergrößerten und verkleinerten ebenen Figuren zu vorgegebenen ebenen Figuren (auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware)</p>

Themenbereich „Raum und Form“ – Niveaustufen F, G, H

Geometrische Objekte			
	Geometrische Objekte und ihre Eigenschaften beschreiben	Beziehungen zwischen geometrischen Objekten beschreiben	Geometrische Objekte darstellen
F	<p>Erkennen, Benennen und Beschreiben von geometrischen Objekten in der Umwelt und am Modell (auch Teilkörper und -flächen in zusammengesetzten Körpern und Flächen)</p> <p>Beschreiben von Eigenschaften (auch Größenangaben) geometrischer Flächen und Körper und deren Zusammensetzungen (auch gerade quadratische Pyramiden)</p>	<p>Beschreiben und Nutzen von Lage- und Größenbeziehungen innerhalb von ebenen und räumlichen geometrischen Objekten und deren Zusammensetzungen (auch gerade quadratische Pyramiden) zum Berechnen von Längen, Flächeninhalten und Volumina</p>	<p>Herstellen von Modellen geometrischer Körper (auch von geraden quadratischen Pyramiden)</p> <p>Zeichnen von Netzen und Schrägbildern geometrischer Körper (auch von geraden quadratischen Pyramiden)</p> <p>Verwenden dynamischer Geometriesoftware zur Konstruktion von ebenen Figuren</p>
G	<p>Erkennen, Benennen und Beschreiben von geometrischen Objekten (auch Differenz- und Teilflächen sowie Differenz- und Teilkörper)</p> <p>Beschreiben von Eigenschaften geometrischer Flächen und Körper und deren Zusammensetzungen (auch gerader Kreiskegel und Pyramiden sowie Kugeln)</p>	<p>Beschreiben und Nutzen von Lage- und Größenbeziehungen geometrischer Objekte (auch unter Verwendung der bisher bekannten geometrischen Sätze) für Berechnungen und Argumentationen</p>	<p>Skizzieren von Schrägbildern (auch von geraden Kreiskegeln und -zylindern, Pyramiden, zusammengesetzten Körpern und Differenzkörpern)</p> <p>Verwenden und Anfertigen von gebräuchlichen technischen Darstellungen (z. B. Werkstücke)</p> <p>Konstruieren geometrischer Figuren (auch unter Nutzung des Satzes des Thales und des Satzes des Pythagoras, auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware)</p>
H	<p>Begründen der Eigenschaften von geometrischen Objekten mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras</p>	<p>Beschreiben und Nutzen von Lage- und Größenbeziehungen geometrischer Objekte für Berechnungen und Argumentationen (auch unter Verwendung einer Klassifizierung auf der Grundlage von definierenden Eigenschaften)</p>	---

Geometrische Abbildungen		
	Geometrische Abbildungen und ihre Eigenschaften nutzen	Geometrische Abbildungen ausführen
F	Vertiefen und Anwenden der Kenntnisse über Abbildungen zum Lösen von entsprechenden Aufgaben, z. B. im berufsvorbereitenden Kontext	Anwenden der Fertigkeiten beim Zeichnen von Abbildungen zum Lösen von entsprechenden Aufgaben, z. B. im berufsvorbereitenden Kontext Nutzen von Geometriesoftware zum Konstruieren von Abbildungen
G	Vertiefen und Anwenden der Kenntnisse über Abbildungen zum Lösen entsprechender Aufgaben in komplexen Sachzusammenhängen (z. B. Modellbau)	Zeichnen von maßstäblich vergrößerten oder verkleinerten geometrischen Körpern und deren Zusammensetzungen (z. B. Modellbau)
H	Begründen von Eigenschaften von geometrischen Objekten mithilfe der Eigenschaften von Kongruenz und Ähnlichkeit	---

3.4 Themenbereich „Gleichungen und Funktionen“ – Niveaustufen A, B, C

Terme und Gleichungen		
	Terme und Gleichungen darstellen	Gleichungen und Gleichungssysteme lösen
A	Legen von Mengen mit kleinen Anzahlen an Objekten in Verbindung mit Sachsituationen	Erfassen und Beschreiben des Unterschieds zwischen kleinen Mengen Ergänzen oder Reduzieren von Mengen bis 10, um Mengen mit gleicher Anzahl von Objekten herzustellen
B	Darstellen von Sachsituationen durch Mengenbilder, Worte, Zahlenterme und Gleichungen (mit einer Rechenoperation) Erfinden von Rechengeschichten und Zeichnen von Bildern zu vorgegeben Termen und Gleichungen (mit einer Rechenoperation)	Vergleichen des Wertes von einfachen Zahlentermen (mit einer Rechenoperation) mit Zahlen und Darstellen der Beziehung mithilfe der Relationszeichen =, >, < (z. B. $3 + 4 > 5$) Finden von Zahlentermen mit gleichem Wert (z. B. durch Zahlzerlegungen) Lösen einfacher Gleichungen mit Platzhaltern (inhaltlich und unter Nutzung der Umkehroperationen) (z. B. $\square + 5 = 8$) Beschreiben des Lösungsweges mit Worten
C	Darstellen von Sachverhalten (auch innermathematische) durch Terme und Gleichungen (auch mit mehreren Rechenoperationen) Verwenden der Operatorschreibweise (Pfeile) zur Darstellung von Zahlenrätseln und Sachsituationen Nutzen von Variablen im Sinne eines Platzhalters Angaben von passenden Situationen und Bildern zu vorgegeben Termen und Gleichungen (auch mit mehreren Rechenoperationen)	Vergleichen von zwei vorgegebenen Termen (auch mit mehreren Rechenoperationen) (z. B. $5 + 4 \cdot 3 < 7 \cdot 3$) Finden und Beschreiben von Zahlentermen mit gleichen Werten (z. B. durch gleich- und gegensinniges Verändern bei Termen mit einer Rechenoperation) (z. B. $9 + 14 = 10 + 13$) Finden von Lösungen zu Gleichungen (auch mit mehreren Rechenoperationen, auch Multiplikation und Division) durch Probieren und Rückwärtsarbeiten Beschreiben einer Strategie zum Lösen einer Gleichung selbstständiges Überprüfen der Richtigkeit einer Lösung, rechnerisch und in Bezug auf den Sachkontext

Zuordnungen und Funktionen			
	Zuordnungen und Funktionen untersuchen	Zuordnungen und Funktionen darstellen	Eigenschaften funktionaler Zusammenhänge nutzen
A	Ordnen von Objekten, die vorgegeben oder selbst gefunden sind, nach ihren Eigenschaften (z. B. Farbe)	Nachlegen, Nachbauen und Ausmalen einer Folge geometrischer Muster nach Vorlage	Ausfüllen von Lücken bei einfachen Folgen gegebener geometrischer Muster durch Legen, Bauen und Ausmalen
B	Erkennen und Beschreiben von geometrischen und arithmetischen Mustern (z. B. strukturierte Rechenpäckchen) Erkennen und Beschreiben von Zuordnungen in Alltagszusammenhängen mit Worten (z. B. Je mehr ..., desto mehr...)	Herstellen geometrischer und arithmetischer Muster nach vorgegebenen Bildungsregeln Darstellung von Zuordnungen unter Verwendung von Pfeilen	Fortsetzen von einfachen Zahlenfolgen (z. B. Malfolgen) und strukturierten Rechenpäckchen sowie geometrischen Mustern
C	Analysieren und Beschreiben der Bildungsregeln von arithmetischen und geometrischen Mustern Nennen und Beschreiben von Alltagssituationen für multiplikative Zusammenhänge im Sinne der direkten Proportionalität	Darstellen von Folgen geometrischer Muster (z. B. durch Zahlenfolgen) Darstellen von Zuordnungen (auch mit Tabellen)	Verwenden der Bildungsregeln von arithmetischen und geometrischen Mustern zum Finden von weiteren Elementen, z. B. Verschlüsselungen Vervielfachen von Größen in Sachsituationen im Sinne der direkten Proportionalität

Themenbereich „Gleichungen und Funktionen“ – Niveaustufen D, E, F

Terme und Gleichungen		
Terme und Gleichungen darstellen	Gleichungen und Gleichungssysteme lösen	
D	<p>Darstellen von außer- und innermathematischen Sachverhalten (auch im Zahlenbereich der gebrochenen Zahlen) durch Zahlenterme und Gleichungen</p> <p>Nutzen von Variablen im Sinne eines Platzhalters (auch bei gebrochenen Zahlen)</p> <p>Angeben von passenden außer- und innermathematischen Sachverhalten zu vorgegeben Zahlentermen und Gleichungen (auch im Zahlenbereich der gebrochenen Zahlen)</p>	<p>Begründen (auch anschaulich) der Gleichheit von Zahlentermen</p> <p>Finden und Beschreiben von Zahlentermen mit gleichen Werten mithilfe der bekannten Rechengesetze (Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz) (z. B. $12 \cdot 7 = 10 \cdot 7 + 2 \cdot 7$)</p> <p>Lösen und Begründen der Lösungen von Gleichungen (auch mit gebrochenen Zahlen) mit einer Rechenoperation und einem Platzhalter (z. B. mithilfe der Umkehroperation)</p>
E	<p>Darstellen von außer- und innermathematischen Sachverhalten (auch im Zahlenbereich der rationalen Zahlen) durch Terme, lineare Gleichungen und Verhältnisgleichungen</p> <p>Variablen (auch als Parameter) verwenden und deren Bedeutung erklären (z. B. in Formeln und bei der Fortsetzung von Folgen)</p> <p>Angeben von passenden Situationen und grafischen Darstellungen zu vorgegeben Termen und Gleichungen (auch im Zahlenbereich der rationalen Zahlen)</p>	<p>Nutzen von Kommutativ- und Assoziativgesetz zum äquivalenten Umformen von Termen (auch im Zahlbereich der rationalen Zahlen)</p> <p>Begründen von Gleichungsumformungen</p> <p>Lösen linearer Gleichungen durch systematisches Probieren, grafisch und durch Äquivalenzumformungen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Lösen von Verhältnisgleichungen (auch Umstellen von Formeln)</p> <p>Prüfen einer Lösung (auch durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung)</p> <p>Untersuchen von Fragen der Lösbarkeit und der Lösungsvielfalt von linearen Gleichungen und Formulierung diesbezüglicher Aussagen</p>
F	<p>Darstellen von außer- und innermathematischen Sachverhalten durch Terme, Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen</p> <p>Variablen verwenden (auch verschiedene Variablen in linearen Gleichungssystemen)</p> <p>Angeben von passenden Situationen und grafischen Darstellungen zu vorgegeben Termen, Gleichungen und linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen</p>	<p>Nutzen von Rechengesetzen zum äquivalenten Umformen von Termen (auch Distributivgesetz zum Ausmultiplizieren von Summen)</p> <p>Lösen von linearen Gleichungen (auch mit Klammern) und Verhältnisgleichungen</p> <p>Lösen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen (grafisch und durch systematisches Probieren, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Untersuchen der Lösbarkeit und der Lösungsvielfalt von Gleichungen und linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen (z. B. grafisch) und Formulierung diesbezüglicher Aussagen und Begründungen</p>

Zuordnungen und Funktionen			
	Zuordnungen und Funktionen untersuchen	Zuordnungen und Funktionen darstellen	Eigenschaften funktionaler Zusammenhänge nutzen
D	Beschreiben der Eigenschaften direkt proportionaler Zusammenhänge und Abgrenzung von Eigenschaften anderer Zuordnungen (auch in Alltagssituationen)	Darstellen von Zuordnungen, insbesondere direkt proportionale Zuordnungen (auch im Koordinatensystem im 1. Quadranten und mit Worten) Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen von Zuordnungen	Ermitteln von Größen in anwendungsbezogenen, direkt proportionalen Zusammenhängen (inhaltlich und durch Rechnen mit Dreisatz)
E	Beschreiben, Analysieren, Interpretieren und Vergleichen von Eigenschaften von Zuordnungen und Unterscheidung zwischen direkt und indirekt proportionalen Zuordnungen (auch in Alltagssituationen)	Darstellen von Zuordnungen im Koordinatensystem (auch 4 Quadranten) Übersetzen zwischen symbolischer, sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form von direkt proportionalen und indirekt proportionalen Zuordnungen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)	Berechnen von Größen in direkt und indirekt proportionalen Zuordnungen (auch unter Verwendung von Verhältnisgleichungen) in außer- und innermathematischen Kontexten (auch Maßstab und Prozentrechnung, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)
F	Beschreiben, Analysieren, und Interpretieren und Vergleichen von linearen Zusammenhängen und ihrer Darstellungen in Alltagssituationen Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen linearer Funktionen der Form $y = ax + b$ (Steigung, Änderungsrate, Nullstelle, y-Achsenabschnitt, Einfluss der Parameter auf den Verlauf des Graphen), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen	Darstellen von Zuordnungen und linearen Funktionen im Koordinatensystem Übersetzen zwischen sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie Funktionsgleichung von linearen Funktionen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)	Ermitteln und Nutzen von ausgewählten Punkten linearer Funktionen

Themenbereich „Gleichungen und Funktionen“ – Niveaustufen G, H

		Terme und Gleichungen	
		Terme und Gleichungen darstellen	Gleichungen und Gleichungssysteme lösen
G		<p>Übersetzungen zwischen verschiedenen Darstellungen (symbolisch, grafisch, sprachlich, auch in Kontexten) von Termen, Gleichungen (auch für quadratische Zusammenhänge) und linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p>	<p>Umformen von Termen (auch Potenzen mit ganzzahligem Exponenten und auch unter Nutzung der binomischen Formeln)</p> <p>Lösen von Gleichungen (auch quadratische Gleichungen der Form $d = ax^2 + bx + c$) durch systematisches Probieren, rechnerisch und grafisch</p> <p>Lösen von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen (auch rechnerisch)</p> <p>Vergleichen der Effektivität verschiedener Lösungsverfahren im Hinblick auf die jeweilige Fragestellung oder das Problem</p> <p>Untersuchen von Fragen der Lösbarkeit und der Lösungsvielfalt von quadratischen Gleichungen und Formulierung diesbezüglicher Aussagen und Begründungen</p>
H		<p>Darstellen von außer- und innermathematischen Sachverhalten (auch für potenzielle und exponentielle Zusammenhänge) durch Terme und Gleichungen unter Verwendung von Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln, Logarithmen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>grafisches Darstellen von Gleichungssystemen (auch mit quadratischen Gleichungen)</p>	<p>äquivalentes Umformen von Termen (auch Potenzen mit rationalen Exponenten)</p> <p>Lösen von Gleichungen</p> <ul style="list-style-type: none"> – auch Umformen quadratischer Terme in vollständige Quadrate mithilfe quadratischer Ergänzung – auch Lösen von Exponentialgleichungen mithilfe des Logarithmus – auch Lösen von ausgewählten Gleichungen mit höheren Potenzen (z. B. durch Faktorisieren, Substituieren oder Polynomdivision) und mit Wurzeln <p>Lösen von Gleichungssystemen</p> <ul style="list-style-type: none"> – auch lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen – auch Nutzen des Additionsverfahrens (z. B. bei Rekonstruktion von quadratischen Funktionen)

Zuordnungen und Funktionen			
	Zuordnungen und Funktionen untersuchen	Zuordnungen und Funktionen darstellen	Eigenschaften von Funktionen nutzen
G	<p>Beschreiben und Interpretieren funktionaler Zusammenhänge und ihrer Darstellungen in Alltagssituationen</p> <p>Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen (Definitionsbereich, Wertebereich, Form des Graphen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Einfluss der Parameter auf den Verlauf des Graphen (Streckung, Stauchung, Verschiebung), Symmetrie, ggf. Öffnungsrichtung, Scheitelpunkt, Periodizität) folgender Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen):</p> <ul style="list-style-type: none"> – quadratische Funktionen der Form $y = a(x + d)^2 + e$ – trigonometrische Funktionen der Form $y = a \sin(b x)$ – Exponentialfunktionen der Form $y = a b^x (b > 0, x \in \mathbb{N})$ 	<p>Darstellen von Zuordnungen und Funktionen (auch quadratische, trigonometrische und Exponentialfunktionen) im Koordinatensystem (auch bei verschiedenen Einheiten und Einteilungen der Koordinatenachsen), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen</p> <p>Übersetzen zwischen sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie Funktionsgleichung der bekannten Funktionen</p> <p>Ermitteln der Funktionsgleichung einer linearen Funktion aus zwei gegebenen Punkten</p>	<p>Gegenüberstellen der entsprechenden Eigenschaften der bekannten Funktionstypen (lineare, quadratische und trigonometrische Funktionen und ggf. Exponentialfunktion) und Systematisierung der Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Nutzen der Eigenschaften der bekannten Funktionen zum Modellieren von Problemstellungen (z. B. bei Bauwerken und Wurfparabeln, bei Wachstums- und Zerfallsprozessen bzw. bei periodischen Vorgängen wie Schwingungen) auch mithilfe von Tabellenkalkulation digitaler Mathematikwerkzeugen</p> <p>Nutzen von Lösungsprinzipien für lineare Gleichungssysteme zur Berechnung von Schnittpunkten von Funktionsgraphen</p>
H	<p>Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen von Funktionen, auch folgende Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen):</p> <ul style="list-style-type: none"> – quadratische Funktionen der Form $y = a x^2 + b x + c$ – trigonometrische Funktionen der Form $y = a \sin(b x + c) + d$ und $y = a \cos(b x)$ – Potenzfunktionen der Form $y = a x^k + b (k \in \mathbb{Z} \text{ und } k \in \mathbb{Q}^+)$ – Exponentialfunktionen der Form $y = a b^x + c (b > 0)$ <p>Bestimmen und Beschreiben von Umkehrfunktionen zu linearen und Exponentialfunktionen sowie Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten</p> <p>Beschreiben des Änderungsverhaltens ausgewählter ganzrationaler Funktionen durch eine Skizze der Ableitungsfunktion und Angeben markanter Punkte (z. B. Hoch-, Tief-, Wendepunkte)</p>	<p>Wechseln zwischen Funktionsgleichung und sprachlicher, tabellarischer sowie grafischer Form von Funktionen (auch bei Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten und Exponentialfunktionen; bei quadratischen Funktionen auch Darstellung als Produkt von Linearfaktoren), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen</p> <p>Bestimmen von Steigungen ganzrationaler Funktionen näherungsweise zeichnerisch</p> <p>Zuordnen von Bildern von Funktionsgraphen und Graphen der Änderungsfunktion</p>	<p>Gegenüberstellen einander entsprechender Eigenschaften der bekannten Funktionsklassen (auch Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten und Exponentialfunktionen) und Systematisierung der Funktionstypen</p> <p>Nutzen der Eigenschaften der verschiedenen Funktionstypen (auch Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und Exponentialfunktionen) zum Modellieren von Problemstellungen, z. B. zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsprozessen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)</p> <p>Nutzen der mittleren und Deuten der lokalen Änderungsrate bei ganzrationalen Funktionen in Anwendungskontexten</p>

3.5 Themenbereich „Daten und Zufall“ – Niveaustufen A, B, C, D

Daten			
	Daten erheben	Daten darstellen	Statistische Erhebungen auswerten
A	Erkennen von Objekten mit bestimmten Eigenschaften wie Farbe und Form	Sortieren von Objekten mit gleichen Eigenschaften wie Farbe, Form, Größe	Vergleichen von sortierten Objektmengen bezüglich ihrer Anzahl (z. B. weniger rote Kreise als blaue Kreise)
B	Sammeln von Daten anhand von vorgegebenen alltagsnahen Fragestellungen (z. B. Anzahl der Geschwister)	Darstellen von Daten aus Bildern oder der unmittelbaren Lebenswirklichkeit in vorgegebenen Tabellen Darstellen von Einzeldaten mit Würfeltürmen und in vorgegebenen Säulendiagrammen (z. B. durch Ausmalen von Kästchen)	Lesen von Strichlisten und Tabellen (mit einer Eigenschaft) AbleSEN und Nennen von Informationen aus Listen, Diagrammen und Kalendern
C	Sammeln von Daten (z. B. durch Befragungen, Recherchen oder Experimente) Ordnen von gesammelten Daten nach vorgegebenen Merkmalen (z. B. Junge/Mädchen)	Darstellen von Datenmengen (auch in Balkendiagrammen) Wechsel von Darstellungsformen (Tabelle, Diagramm, Text), auch mit digitalen Werkzeugen	AbleSEN, Vergleichen und in Beziehung setzen einzelner Werte einer Darstellung Nennen von seltenstem und häufigstem Wert bei Häufigkeitsverteilungen Vergleichen der Darstellung und des Informationsgehalts von Urlisten, Tabellen, Diagrammen und Schaubildern (auch zum gleichen Sachverhalt)
D	Erfassen und Strukturieren von selbst erhobenen Messwerten (auch Dezimalzahlen)	Darstellen von Messwerten in Tabellen und Diagrammen Aufbereiten und Präsentieren von Daten in geeigneten Darstellungsformen	Ermitteln und Vergleichen von Kennwerten (auch Minimum, Maximum und Spannweite) sowie Informationen aus verschiedenen Darstellungen

Zählstrategien und Wahrscheinlichkeiten	
Zählstrategien anwenden	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bestimmen
A	<p>Herstellen unterschiedlicher Anordnungen mit Material (z. B. Bausteintürme, Anziehpuppen)</p> <p>Nutzen des Spielgeräts Würfel mit seinen verschiedenen möglichen Ergebnissen</p>
B	<p>handelndes oder bildliches Ermitteln von Lösungen zu kombinatorischen Fragestellungen und Darstellen als Aufzählung</p> <p>Nutzen der Strategie „Probieren und Sortieren“, um kombinatorische Fragestellungen zu lösen</p> <p>Durchführen von Experimenten mithilfe symmetrischer Zufallsgeräte (z. B. Würfel, Münzen, Wendepfättchen) und Dokumentieren der Ergebnisse</p> <p>Nutzen der Wörter „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ für die Beschreibung von Ergebnissen</p>
C	<p>systematisches Durcharbeiten von Möglichkeiten und entsprechende Auswertung zu kombinatorischen Fragestellungen</p> <p>Auswählen zwischen verschiedenen Möglichkeiten der Darstellung von Lösungen zu kombinatorischen Fragestellungen (z. B. Anordnungen von Bildern, Worten oder Symbolen in Listen, Tabellen oder vorgegebenen Baumdiagrammen)</p> <p>Planen, Durchführen und systematisches Auswerten von einfachen Zufallsexperimenten (z. B. mit Glücksrädern, Urnen)</p> <p>Zusammenfassen von Ergebnissen mit gleichen Eigenschaften bei einfachen Zufallsexperimenten</p> <p>Angeben und Vergleichen der absoluten Häufigkeit von Ergebnissen bei Zufallsexperimenten (z. B. in der Form „kommt häufiger vor“)</p> <p>Beschreiben von Gewinnchancen bei Spielen (gleiche Chance, größere Chance) auf der Basis der Anzahl von Gewinn- und Verlierermöglichkeiten</p> <p>Beurteilen von Vorgängen der eigenen Erfahrungswelt mit „zufällig“ und „nicht zufällig“</p>
D	<p>systematisches Durcharbeiten und Begründen der Vollständigkeit einer Lösung bei kombinatorischen Fragestellungen (z. B. durch systematisches Aufzählen der Möglichkeiten)</p> <p>zielgerichtetes Verändern von Bedingungen bei Zufallsexperimenten und Spielen sowie Beschreiben der Auswirkung</p> <p>Angeben und Vergleichen der relativen Häufigkeit von Ergebnissen bei einstufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Bruchdarstellung</p>

Themenbereich „Daten und Zufall“ – Niveaustufen E, F, G, H

Daten			
	Daten erheben	Daten darstellen	statistische Erhebungen auswerten
E	<p>Planen und Durchführen von statistischen Erhebungen nach vorgegebenen Fragestellungen, Merkmalen, Stichproben</p> <p>Simulationen von zufälligen Vorgängen zur Erstellung von Datensammlungen</p>	<p>Darstellen von Daten (auch prozentuale Angaben) in Diagrammen (auch Kreisdiagramme)</p> <p>Vergleichen von Diagrammarten</p>	<p>Ermitteln und Vergleichen von arithmetischem Mittel, Modalwert (häufigster Wert) und Median (Zentralwert) in verschiedenen Darstellungsformen</p> <p>Ermitteln und Vergleichen von absoluter und relativer Häufigkeit (auch in Prozent)</p>
F	<p>Finden geeigneter Fragestellungen und geeigneter Stichproben für statistische Erhebungen</p> <p>Auswahl geeigneter Merkmale</p> <p>Durchführen von gemeinsam geplanten statistischen Erhebungen</p>	<p>Darstellen von Daten (auch in Klassen eingeteilt) in Diagrammen (auch Boxplots und Histogramme), und auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge, z. B. der Tabellenkalkulation)</p> <p>Vergleichen verschiedener Darstellungsformen (auch Boxplots)</p>	<p>Lesen, Verstehen und Beschreiben von Darstellungen statistischer Erhebungen aus dem Alltag</p>
G	<p>selbstständiges Planen und Durchführen von statistischen Erhebungen und Simulationen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. Tabellenkalkulation), auch unter Verwendung der Tabellenkalkulation</p>	<p>Präsentieren der Ergebnisse von eigenen statistischen Erhebungen in zieladäquaten Darstellungsformen</p> <p>Diagramme verändern, um vorliegende Manipulationen einer Aussage zu verstehen</p>	<p>Auswerten, Interpretieren und Beurteilen der Ergebnisse statistischer Erhebungen, z. B. Erkennen von Trends (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. unter Verwendung der Tabellenkalkulation)</p> <p>Erkennen von typischen Fehlern und Manipulationen bei grafischen Darstellungen</p> <p>Argumentieren aus wechselnden Sichtweisen zu verschiedenen Darstellungen</p>
H	---	---	<p>Analysieren, Interpretieren von Mittelwerten (arithmetisches Mittel, Median, Modalwerte) und Streumaßen (z. B. Spannweite und Breite der Box bei Boxplots)</p>

Zählstrategien und Wahrscheinlichkeiten	
Zählstrategien anwenden	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bestimmen
E	<p>systematisches Durcharbeiten und Begründen der Vollständigkeit einer Lösung zu kombinatorischen Fragestellungen (auch mithilfe von Baumdiagrammen)</p> <p>Angeben der Ergebnismenge Zusammenfassen von Ergebnissen bei Zufallsexperimenten zu Ereignissen Untersuchen der relativen Häufigkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten (auch zweistufige) (auch mithilfe von Simulationen und digitalen Mathematikwerkzeugen) Nutzen des Gesetzes der großen Zahlen zur Erklärung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs Begründen der Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit von Ergebnissen, z. B. aufgrund von Symmetrien (Regel von Laplace) Berechnen von Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mit der Summenregel Vorhersage von relativen Häufigkeiten auf der Grundlage von berechneten Wahrscheinlichkeiten Vergleichen von theoretisch ermittelten Wahrscheinlichkeiten mit empirischen Beobachtungen</p>
F	<p>Vertiefen und Anwenden der erworbenen Kompetenzen auf weitere kombinatorische Fragestellungen</p> <p>Vertiefen und Anwenden der erworbenen Kompetenzen auf weitere Zufallsexperimente</p>
G	<p>Nutzen von kombinatorischen Überlegungen zur Bestimmung der Art und Anzahl von Möglichkeiten in verschiedenen Kontexten zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (mit und ohne Zurücklegen)</p> <p>Ermitteln von (auch bedingten) Wahrscheinlichkeiten (auch bei mehrstufigen Zufallsexperimenten, Laplace- und Nicht-Laplace-Experimenten) unter Nutzung von Baumdiagrammen, Pfadregeln, Vierfeldertafeln, Gegenwahrscheinlichkeiten und dem Urnenmodell Interpretieren von Wahrscheinlichkeitsaussagen aus dem Alltag Nutzen von Visualisierungen, um bei einfachen, alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, mit und ohne digitale Mathematikwerkzeuge</p>
H	<p>Bestimmen von Anzahlen mithilfe von Fakultäten und Binomialkoeffizienten (auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge)</p> <p>Nutzen von relativen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Begründen mithilfe des Gesetzes der großen Zahlen (auch auf Basis von Simulationen mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) Nutzen von Wahrscheinlichkeiten zum Vorhersagen von relativen und absoluten Häufigkeiten</p>

3.6 Wahlpflichtfach

Der Wahlpflichtunterricht stellt ein Angebot dar, das über den Regelunterricht hinausgeht und ihn thematisch erweitert. Er dient der Vertiefung von Fachinhalten und schafft die Möglichkeit, Fachliches und Überfachliches zu verbinden.

Im schulinternen Curriculum wird sichergestellt, dass thematische Dopplungen mit dem Regelunterricht und Vorgriffe auf Inhalte des Unterrichts in der gymnasialen Oberstufe vermieden werden.

Grundlage für den Unterricht im Wahlpflichtfach sind die fachlichen Kompetenzbereiche. Werden weitere Fächer hinzugezogen, gilt dies für die Kompetenzbereiche aller beteiligten Fächer.

Folgende fachspezifische Themen bieten sich an:

Themenfeld 1	Geometrische Beziehungen entdecken und nutzen (ab Jahrgangsstufe 7)
Themenfeld 2	Kryptologie (ab Jahrgangsstufe 7)
Themenfeld 3	Begründen und Beweisen in der Geometrie (ab Jahrgangsstufe 7)
Themenfeld 4	Zählen und Rechnen in historischer Entwicklung (ab Jahrgangsstufe 7)
Themenfeld 5	Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck (ab Jahrgangsstufe 7)
Themenfeld 6	Zahlentheorie (ab Jahrgangsstufe 7)
Themenfeld 7	Numerische Verfahren und Rechenhilfsmittel (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 8	Anwendung der Trigonometrie (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 9	Diskrete Strukturen, optimale Wege (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 10	Lineare Optimierung (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 11	Wachstumsprozesse (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 12	Darstellende Geometrie (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 13	Kugeln und Kreise (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 14	Platonische Körper und weitere regelmäßige konvexe Polyeder (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 15	Beweistechniken und Vollständige Induktion (ab Jahrgangsstufe 9)
Themenfeld 16	Mathematische Logik (ab Jahrgangsstufe 9)